

## מבחן בתורת הגרפים

סמסטר ב' תשס"ח, מועד א'

תאריך: 21.7.2008

מרצה: נוגה אלון

משך הבחינה: 3 שעות. אין להשתמש בכל חומר עזר.  
במבחן 6 שאלות, יש לענות על כולן. תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו  
אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל 6 השאלות ב- 100 נקודות.  
התשובה לכל שאלה מורכבת משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת  
המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.  
מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, ולפיכך יש להקפיד ולרשום את מספר  
הסטודנט/ית על טופס הבחינה. וודא/י היטב את תשובתך לפני כתיבתה בטופס  
המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום". התשובה  
לכל שאלה חייבת להיות מלווה בהסבר מתאים.

**בהצלחה!**

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נסחי והוכחי את משפט Hall:

**משפט Hall:**

**הוכחה:**

## שאלה 2

יהא  $n$  שלם ונסמן  $k = n(n-1)/12$ ,  $p = n(n-1)/10$ . יהיו  $H_1, H_2, \dots, H_k$  תת גרפים זרי קשתות בזוגות של הגרף השלם  $K_n$ , כשכל  $H_i$  איזומורפי למעגל באורך 6 ויהיו  $G_1, G_2, \dots, G_p$  תת גרפים זרי קשתות בזוגות של אותו גרף שלם, כשכל  $G_j$  איזומורפי למעגל באורך 5. האם יש בהכרח אוסף של  $k$  קשתות של  $K_n$  שמכיל קשת אחת בדיוק מכל  $H_i$  ולכל היותר קשת אחת מכל  $G_j$ ? הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

### **שאלה 3**

האם לכל גרף פשוט עם דרגה מירבית 4 יש צביעת קשתות (לאו דווקא חוקית) בשני צבעים ללא משולש מונוכרומטי? הוכחי/י או תארי/י דוגמא נגדית.

**תשובה (כן/לא):**

**הסבר:**

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

#### **שאלה 4**

האם כל גרף פשוט בעל  $2n \geq 4$  צמתים ודרגה מינימלית  $n+1$  מכיל תת גרף פורש 3-רגולרי. הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

**תשובה (כן/לא):**

**הסבר:**

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 5

יהא  $G=(V,E_1 \cup E_2 \cup E_3)$  גרף פשוט כאשר  $(V,E_1)$  גרף מישורי,  $(V,E_2)$   $\psi$ -ו-  $(V,E_3)$  מעגל המילטון. האם יתכן כי  $\chi(G)=11$ ? הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 6

יהא  $G$  גרף פשוט בעל 100 צמתים ו- 449 קשתות. האם  $G$  מכיל בהכרח קבוצה בלתי תלויה בת 11 צמתים? הוכח/י או תאר דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: \_\_\_\_\_ מס' מחברת: \_\_\_\_\_

**לשימוש במקרה "חירום":**

תשובה לשאלה: \_\_\_\_\_

|        |  |
|--------|--|
| תשובה: |  |
| הסבר:  |  |

תשובה לשאלה: \_\_\_\_\_

|        |  |
|--------|--|
| תשובה: |  |
| הסבר:  |  |

**בהצלחה!**