

מס' מחברת: \_\_\_\_\_

ת.ז: \_\_\_\_\_

**בחינה בתורת הגרפים**

סמסטר א' תשע"ו, מועד א'  
**המרצים: נ. אלון, ו. סמוטי**

- משך הבחינה 3 שעות.
- **אין** להשתמש בכל חומר עזר לרבות מחשבוניים.
- ענה/י על 5 השאלות. פתרון מלא של כל 4 מהשאלות יזכה אותך ב- 90 נקודות, ופתרון מלא של כל 5 השאלות יזכה אותך ב-100 נקודות.
- **לתשומת לבך! יש לרשום את התשובות לשאלות הבחינה בדפי התשובות המצורפים לטופס הבחינה. את התשובה לכל שאלה יש לרשום בדף המיועד לשאלה זו בדפי התשובות. הדף האחרון בדפי התשובות מיועד לשימוש במקרי "חירום". מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, ולפיכך יש להקפיד ולרשום את מספר תעודת הזהות על טופס הבחינה!**

**שאלה 1:**

הראה/י כי קיים  $n_0$  כך שעבור כל  $n > n_0$  המשפט הבא נכון. אם  $G$  הוא גרף בעל  $n$  צמתים ולכל היותר  $0.99n$  קשתות אזי  $G$  מכיל שני רכיבי קשירות איזומורפיים.

**שאלה 2:**

הוכח/הוכיחי את משפט Dirac: כל גרף  $G$  בעל  $n \geq 3$  צמתים ודרגה מינימלית לפחות  $n/2$  מכיל מעגל המילטון.

**שאלה 3:**

מהו מספר הקשתות המינימלי האפשרי בגרף  $G$  בעל  $n$  צמתים שהוא 4-קשיר? הוכח/הוכיחי.

**שאלה 4:**

יהא  $G = (V, E)$  גרף 14-רגולרי. הוכח/הוכיחי שקיימת חלוקה  $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$  כך שלכל אחד משלושת הגרפים  $(V, E_1), (V, E_2), (V, E_3)$  הדרגה המירבית היא לכל היותר 5.

**שאלה 5:**

הוכח/הוכיחי כי אם  $G$  גרף בעל  $n$  צמתים ודרגה מירבית  $d$ , ומתקיים  $2n \binom{d}{k-1} < k2 \binom{k}{2}$  אז ישנה צביעה של קשתות  $G$  בשני צבעים ללא  $K_k$  מונוכרומוטי.

**בהצלחה!**