

מבחן בתורת הגרפים

סמסטר א' תשס"ה, מועד א'

תאריך: 4.2.2005

מרצה: נוגה אלון

משך הבחינה: 3 שעות. אין להשתמש בכל חומר עזר פרט לדף A4 אחד, כתוב או מודפס משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות, יש לענות על כולן. תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל 6 השאלות ב- 100 נקודות. התשובה לכל שאלה מורכבת משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, ולפיכך יש להקפיד ולרשום את מספר הסטודנט/ית על טופס הבחינה. וודא/י היטב את תשובתך לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום". התשובה לכל שאלה חייבת להיות מלווה בהסבר מתאים.

בהצלחה!

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 1

האם לכל מספר טבעי k קיים $n_0 = n_0(k)$ סופי כך שבכל צביעה של המספרים $1, 2, \dots, n_0(k)$ ב- k צבעים ישנם x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 שונים מאותו צבע עבורם $x_1 x_2 x_3 = x_4 x_5$?
הוכחי או תארי/י דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 2

האם כל גרף פשוט בעל $n \geq 7$ צמתים ולפחות $2 - 3n$ קשתות מכיל תת-גרף 4-קשיר בקשתות?
הוכחי או תארי דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

שאלה 3

יהא \mathbb{F} אוסף של יותר מ- $\binom{100}{40}$ תת-קבוצות של הקבוצה $X = \{1, 2, \dots, 100\}$, כאשר לכל $F \in \mathbb{F}$ מתקיים $39 \leq |F| \leq 40$. האם בהכרח יש $F_1, F_2 \in \mathbb{F}$ שונות כך ש- $F_1 \subseteq F_2$?
הוכח/י או תאר/י דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 4

יהא $G=(V,E)$ גרף פשוט בעל $n \geq 3$ צמתים, ויהא v צומת מדרגה מכסימלית ב- G . נניח ש- v אינו מוכל במשולש. האם בהכרח $|E| \leq n^2/4$?
הוכח/י או תאר/י דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 5

יהא $G=(V,E)$ גרף מישורי בעל מותן < 5 . האם בהכרח $\chi(G) \leq 3$?
הוכח/י או תאר/י דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 6

האם כל גרף פשוט שבו כל דרגה היא 12,13 או 14 מכיל תת-גרף 3-רגולרי?
הוכחי או תארי/י דוגמא נגדית!

תשובה:

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

לשימוש במקרה "חירום":

תשובה לשאלה: _____

תשובה:

הסבר:

תשובה לשאלה: _____

תשובה:

הסבר:

בהצלחה!