

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 8

שאלה 1

נתון תהליך הסתעפות $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ שבו התפלגות מספר הצאצאים של כל פרט מקיימת

$$P(Z = 0) = 0.2, \quad P(Z = 1) = P(Z = 2) = 0.4$$

א. מצאו את ההסתברות להכחדות בהינתן $(X_0 = 1)$.

ב. מצאו את ההסתברות להכחדות בהינתן $(X_2 = 3)$.

ג. מצאו את ההסתברות להכחדות בהינתן $(X_0 \sim U[1,3])$.

שאלה 2

הוכיחו או הפריכו על-ידי מתן דוגמא נגדית, את כל אחת מהטענות הבאות. דוגמא נגדית צריכה להיות דוגמא מפורשת של סדרות של תהליכי הסתעפות מתאימים.

א. לא קיימים שני תהליכי הסתעפות כך שלגבי כל אחד מהם ההסתברות שקיים שלב שבו הוא נכחד והשני עדיין לא נכחד (או לא יכחד כלל) קרובה ל 0.5 עד כדי ε עבור כל $\varepsilon > 0$.

ב. לא קיימים שני תהליכי הסתעפות כך שלגבי כל אחד מהם ההסתברות שקיים שלב שבו הוא נכחד והשני עדיין לא נכחד (או לא יכחד כלל) קרובה ל 0.25 עד כדי ε עבור כל $\varepsilon > 0$.

שאלה 3

האם קיימת שרשרת מרקוב $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ בעלת מרחב מצבים שהוא כל השלמים, שבה, בהינתן $X_0 = 0$, הסתברות המאורע ש X_3 גדול ממש מכל X_n עבור כל $n \neq 3$, היא חצי בדיוק, וגם בהינתן $X_0 = 1$, הסתברות המאורע ש X_3 גדול ממש מכל X_n עבור כל $n \neq 3$, היא חצי בדיוק?
