

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 8

שאלה 1

נתונה תחנת שירות בה יש שרת אחד ואינסוף מקומות המתנה. מספר הלקוחות X שמגיעים במשך יחידת זמן הוא בעל ההתפלגות:

$$P(X=0) = \frac{1}{2}, \quad P(X=1) = \frac{1}{3}, \quad P(X=2) = \frac{1}{6}$$

לגבי שרשרת מרקוב שבה המצבים הם מספרי הלקוחות שבתור, (שירות של לקוח לוקח יחידת זמן אחת) חשבו את ההסתברויות הסטציונריות של המצבים 0,1,2.

שאלה 2

מבצעים סדרה אינסופית של הטלות בלתי תלויות של קוביה תקינה. נסתכל על סדרת הסכומים המצטברים של ההטלות עד השלבים השונים. מהי ההסתברות שקיים שלב שבו סכום זה הוא 2002 וקיים שלב שסכום זה הוא 5001, אך לא קיימים שלבים שסכומים אלה הם 2000, 2001, 5000?

שאלה 3

נתונות שתי שרשרת מרקוב $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$, $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ ב"ת שלשתיהן קיים מרחב מצבים $\{1,2,3\}$ ומטריצת מעבר

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

נניח ש $X_0 = 1$, $Y_0 = 3$.

מהי ההסתברות ששני התהליכים יפגשו אי פעם, זאת אומרת שיהיה קיים n כך ש $(X_n = Y_n)$? אם תצליחו לנחש את התשובה, זה בהחלט משהו. אבל עדיף שכאן ממש תוכיחו.

שאלה 4

נתונים שני מצבים 1, 2, בשרשרת מרקוב בלתי פריקה ונשנית חיובית. למצב 1 יש הסתברות סטציונרית π_1 ולמצב 2 יש הסתברות סטציונרית π_2 . מהי תוחלת מספר הביקורים במצב 2 בין כל שני ביקורים עוקבים במצב 1? נסו גם לאפיין באופן כללי את התפלגות מספר הביקורים במצב 2 בין שני ביקורים עוקבים במצב 1.
