

## תרגיל 6 במבוא לתהליכים סטוכסטיים

### שאלה 1

מבצעים סדרה אינסופית של הטלות ב"ת של מטבע הוגן. רוצים לחשב את ההסתברות שיתקבל רצף של  $hh$  לפני שיתקבל רצף  $htt$ .

א. בנו מודל מרקובי לחישוב הסתברות זו. בניית מודל כוללת הצגה של מטריצת מרקוב ומערכת משוואות לחישוב הסיכויים.

ב. מיינו את מצבי השרשרת שתיארתם בסעיף הקודם.

### שאלה 2

נתונה מטריצת מרקוב בת מרחב המצבים  $\{1,2,3,4,5\}$

0.8	0.2	0	0	0
1	0	0	0	0
0.4	0	0.3	0.2	0.1
0.3	0.1	0.2	0.3	0.1
0	0	0	0	1

א. רשמו מערכת משוואות לחישוב תוחלת זמן ההיקלטות במחלקה של מצבים נשנים, לאחר שנמצאים במצבים החולפים השונים. אין צורך לפתור את מערכת המשוואות.

ב. נניח שמתחילים במצב 4, מהי ההסתברות שלא נבקר לעולם במצב 3?

ג. האם קיים הגבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{3,2}^{(n)}$ . אם הוא קיים, אז הראו דרך למצוא אותו. אין צורך לבצע את כל החישובים.

### שאלה 3

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב המצבים  $\{1,2,3,4,5\}$  ומטריצת מעבר

0.3	0.2	0.1	0.3	0.1
0.2	0.4	0.2	0.1	0.1
0	0	0	0.4	0.6
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0

מצאו  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{1,4}^{(2n)}$ .

### שאלה 4

מכשיר תקין מתקלקל בכל יחידת זמן בהסתברות 0.2 באופן ב"ת בקורה ביחידות הזמן האחרות. כאשר מכשיר מתקלקל הוא מושבת בשתי יחידות הזמן הבאות ואחר-כך הוא חוזר לעבוד. מהי בקירוב ההסתברות שמכשיר יעבוד ביחידת הזמן ה-100?