

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 11

הנחיות להגשת התרגיל

אני אסרוק את התרגילים הבדוקים ואשלח אותם לתלמידים בדואר אלקטרוני.
אני גם אחפש סידור להחזיר את התרגילים עצמם (אולי בשיעורי חזרה).
אנא, כתבו את התרגילים בעט (רצוי בצבע כהה).
ניתן גם לשלוח את התרגילים במייל או בפקס (פקס בעל מספר 15399582931) עד יום לפני השיעור
ואז הם יוחזרו בשיעור.

שאלה 1

שאלה זו עוסקת בתהליך לידה ומוות $X(t)$ בו קצב הלידה הוא קבוע λ וקצבי המוות ממצב i הם $i\mu$ (זאת אומרת, קצב מוות הפרופורציונלי לגודל האוכלוסיה).
מצאו את $E(X(t))$ בהינתן $X(0) = 1$.

שאלה 2

- א.** נתון לוח שחמט 8×8 . בתחילה מציבים בכל אחת ממשבצות הלוח מלך. בכל יחידת זמן עובר כל מלך באופן ב"ת במלכים האחרים לאחת המשבצות השכנות למשבצת שבה הוא נמצא. (משבצות שכנות הן משבצות בעלות צלע משותפת או פינה משותפת. יתכן שיותר ממלך אחד יהיו באותה משבצת.)
מהי בקירוב תוחלת מספר המשבצות שישארו ריקות בזמן קבוע, כאשר הקבוע הוא גדול?
- ב.** אותה שאלה כמו בא' אלא רק שמשבצות שכנות מוגדרות רק כמשבצות שיש להן צלע משותפת ולא פינה משותפת.
- ג.** כעת נניח שכאשר מלך נמצא במשבצת מסוימת הוא שווה בה זמן המתפלג $\exp(1)$ ואז עובר למשבצת שכנה כאשר שכנות מוגדרת כמו בב'. מהי כעת בקירוב תוחלת מספר המשבצות שישארו ריקות בזמן קבוע, כאשר הקבוע הוא גדול?