

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

0368-2002

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצות C ו B של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 1 ו 2. מבצעים הילוך על השלמים האי שליליים. בשלב הראשון נמצאים בנקודה 1. בכל שלב שבו נמצאים ימינה לראשית, בסיכוי של 0.6 עושים בשלב הבא צעד אחד ימינה, או עוברים לראשית בסיכוי 0.4 וזאת באופן ב"ת במהלכים הקודמים. בכל שלב שבו נמצאים בראשית, נשארים בראשית.

שאלה 1

מהי תוחלת מספר השלבים שבהם נהיה ימינה לראשית ?

- א. קטנה משתיים
- ב. גדולה משתיים, אך קטנה משלוש
- ג. סופית, אך גדולה משלוש
- ד. אין סוף
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

ההסתברות המותנה שבשלב שלוש היינו בראשית, בהינתן שבשלב חמש היינו בראשית היא:

- א. בין עשירית לשמינית
- ב. בין שמינית לרבע
- ג. בין רבע לחצי
- ד. בין חצי לשלושה רבעים
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים. נניח שמתקיים עבור כל $n \geq 1 : V(X_n) \leq 1$.

- א. לא יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < 0$.
- ב. יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < 0$, אך לא יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < -0.1$.
- ג. יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < -0.1$, אך לא יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < -0.6$.
- ד. יתכן שיתקיים לכל n, m טבעיים: $Cov(X_n, X_m) < -1$.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

נתונים אלף משתנים מקריים ב"ת בעלי התפלגות $U[1,1000]$ (אחידה בדידה). ההסתברות שהתוצאה המכסימלית שהם יקבלו היא 999:

- א. קטנה מעשירית
- ב. בין עשירית לחמישית
- ג. בין חמישית לרבע
- ד. גדולה מרבע
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 5 ו 6. בשלב הראשון מאה אנשים עומדים בשורה. בשלב השני מעמידים אותם שוב בשורה, כך שכל הסידורים הם שווי הסתברות.

שאלה 5

יהי X משתנה מקרי שסופר את מספר האנשים שיעמדו בשלב השני בין שני האנשים שבשלב הראשון עמדו בקצוות השורה. (הכוונה היא שהם עומדים לאו דוקא בסמיכות לאלה שעמדו בקצוות).

א. $X \sim Bin\left(98, \frac{1}{3}\right)$

ב. המשתנה X מתפלג בינומית, אבל טענה א' לא נכונה.

ג. $V(X) < 98 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$

ד. $V(X) > 98 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

ההסתברות שלפחות חמישים אנשים ישבו בשלב השני באותו מקום שבו ישבו בשלב הראשון:

א. קטנה מאחד חלקי מיליון

ב. בין אחד חלקי מיליון לאחד חלקי עשרת אלפים

ג. בין אחד חלקי אלף לאחד חלקי מאה

ד. גדולה מאחד חלקי מאה

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

בכל קטע זמן באורך t , מספר האוטובוסים שמגיעים לתחנה מתפלג $P(t)$ (פואסונית). נוסע מגיע לתחנה בזמן X שהוא משתנה מקרי שמקבל ערכים אי שליליים, וממתין לאוטובוס שיגיע ראשון החל מאותו רגע. זמני הגעת הנוסע והגעת האוטובוסים הם ב"ת. הטענה שתוחלת זמן ההמתנה של הנוסע שווה לאחד:

א. נכונה תמיד.

ב. נכונה אם X בעל התפלגות רציפה, אבל לא נכונה תמיד.

ג. נכונה אם X בעל התפלגות מעריכית, אבל לא נכונה תמיד כאשר X בעל התפלגות רציפה אחרת.

ד. נכונה אם X בעל התפלגות מעריכית עם פרמטר אחד, אבל לא נכונה כאשר X בעל התפלגות מעריכית עם פרמטר אחר.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

נתונים שני משתנים מקריים ב"ת אחידים רציפים: $Y \sim U(1,4)$, $X \sim U(0,2)$.
ההסתברות שמתקיים $(X + Y > 5.5)$ היא:

- א. קטנה מאחד חלקי חמישים
- ב. בין אחד חלקי חמישים לאחד חלקי ארבעים
- ג. בין אחד חלקי שלושים לאחד חלקי עשרים
- ד. גדולה מאחד חלקי עשרים
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

יהי $X \sim Bin\left(10, \frac{3}{4}\right)$. התוחלת של $(-1)^X$ היא:

- א. שווה לאפס
- ב. גדולה מאפס אך קטנה מאחד חלקי אלף
- ג. גדולה מאחד חלקי מאה אך קטנה מאחד חלקי חמישים
- ד. גדולה מאחד חלקי חמישים
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים. עבור כל $n \geq 1$ נגדיר $Y_n = X_n^2$ (ריבוע המשתנה).
טענה 1: יתכן שעל הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ חל החוק החזק ועל הסדרה $\{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$ לא חל החוק החזק.
טענה 2: יתכן שעל הסדרה $\{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$ חל החוק החזק ועל הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ לא חל החוק החזק.

- א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.
- ב. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.
- ג. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.
- ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 11 על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצות B ו C של אנשי המילואים.
האם קיים משתנה מקרי בדיד X המקיים $P(X^2 < X) = 0.5$?