

הסתברות וסטטיסטיקה/ פתרון תרגיל 10

שלומי

שאלה 1

צפו בפתרון מוקלט כאן.

א. נשים לב שספרת המאות היא משתנה מנוון, ולכן היא בעלת שונות אפס והיא גם בלתי תלויה בספרות האחרות. ערכן של שתי הספרות האחרות מתפלג $U[0,9]$ ולכן לכל אחת מהן יש שונות $\frac{(9-0+1)^2-1}{12}$. הערכים שלהן הם ב"ת ולכן השונות המשותפת ביניהם היא אפס. השונות שווה לסכום השוניות שהוא

$$2 \cdot \frac{(9-0+1)^2-1}{12}$$

ב. הספרות של העשרות ושל האחדות שוב מתפלגות $U[0,9]$ ולכן שוב יש לכל אחת מהן שונות $\frac{(9-0+1)^2-1}{12}$ שזה $\frac{99}{12}$. ספרת המאות מתפלגת $U[1,2]$ ולכן יש לה שונות $\frac{1}{4}$. זוג הספרות היחידות שהן תלויות הן של המאות והעשרות. תהי Y ספרת המאות ו Z ספרת העשרות. מתקיים $E(Y) = 1.5$, $E(Z) = 4.5$ מתקיים

$$E(Z|Y=2) = \frac{0+4}{2} = 2 \text{ ו } E(Z|Y=1) = \frac{5+9}{2} = 7 \text{ לכן}$$

$$E(YZ) = 0.5 \cdot 1 \cdot E(Z|Y=1) + 0.5 \cdot 2 \cdot E(Z|Y=2) = 0.5 \cdot 1 \cdot 7 + 0.5 \cdot 2 \cdot 2 = 5.5$$

$$\text{Cov}(Y, Z) = 5.5 - 1.5 \cdot 4.5 = -1.25 \text{ לכן}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{99}{12} + \frac{99}{12} + 2 \cdot (-1.25) \text{ היא הספרות היא}$$

שאלה 2

צפו בפתרון מוקלט כאן.

שאלה 3

צפו בפתרון מוקלט כאן.

שאלה 4

צפו בפתרון מוקלט כאן.

יהי X – המרחק מהמרכז. הנקודה עצמה מתפלגת אחיד בתחום ששטחו π . ההסתברות שהמרחק קטן או שווה ל x היא $\frac{\pi x^2}{\pi}$ ששווה ל x^2 . לכן פונקציית הצפיפות ששונה מ 0 רק בין 0 ל 1 מקיימת

$$f_X(x) = 2x \text{ עבור } 0 \leq x \leq 1. \text{ התוחלת היא } \int_0^1 f_X(x) x dx = \int_0^1 2x \cdot x dx = \frac{2}{3}$$

$$\text{מתקיים } E(X^2) = \int_0^1 f_X(x) x^2 dx = \int_0^1 2x \cdot x^2 dx = \frac{1}{2}$$

$$. V(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ לכן}$$

הערה

התוחלת גדולה מחצי. זה מבטא את העובדה שסביר יותר לקבל מרחקים גדולים מהמרכז מאשר מרחקים קצרים.

שלומי

פתרונות כתובים לבחינות פתרונות מוקלטים לשאלות מבחינות