

## הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 11

שלומי

להגשה עד יום ג' 28.12.21 בחצות [באתר המודל](#).

### שאלה 1

יהי  $X$  משתנה מקרי המקיים  $E(X) = 10$ ,  $P(X \geq 0) = 1$ .

- א. מהו החסם העליון הטוב ביותר שתוכלו לתת להסתברות המאורע  $(X \geq 15)$  ?  
ב. מהו החסם העליון הטוב ביותר שתוכלו לתת להסתברות המאורע  $(|X - 10| \geq 5)$  ?

### שאלה 2

יהי  $X \sim \text{Bin}(100, 0.5)$  ויהי  $Y \sim \text{Bin}(1000, 0.5)$ .

השוו בין החסם העליון המתקבל על-ידי אי שיויון צ'בישב להסתברות המאורע  $(|X - 50| \geq 10)$  לבין החסם העליון המתקבל על-ידי אי שיויון צ'בישב להסתברות המאורע  $(|Y - 500| \geq 100)$ .

### שאלה 3

בשורה אינסופית  $1, 2, 3, \dots, 8, 9, 10, 11, \dots, 99, 100, 101, \dots$  מוחקים כל ספרה בהסתברות  $p$ , באופן בלתי תלוי. מספר נקרא מחוק, אם כל ספרותיו מחוקות. האם יש אינסוף מספרים מחוקים?

### שאלה 4

שיכור מבצע הילוך מקרי על השלמים (חיוביים, שליליים ואפס). בכל שלב הוא עושה צעד אחד ימינה בסיכוי  $p$  או צעד אחד שמאלה בסיכוי  $1 - p$ , וזאת באופן ב"ת בשלבים האחרים. נניח שבשלב 0 הוא נמצא בנקודה 0. יהי  $A_n$  - המאורע שבשלב  $n$  הוא נמצא בנקודה 0.

- א. נניח ש  $p = 0.6$ . האם  $\sum_{n=0}^{\infty} P(A_n) = \infty$  ?  
האם תוכלו בהתבסס על מסקנתכם לקבוע האם השיכור יבקר בנקודה 0 אין סוף פעמים ?  
ב. נניח ש  $p = 0.5$ . האם  $\sum_{n=0}^{\infty} P(A_n) = \infty$  ?  
האם תוכלו בהתבסס על מסקנתכם לקבוע האם השיכור יבקר בנקודה 0 אין סוף פעמים ?

### הערה

תוכלו להיעזר בנוסחת סטרלינג.

לפי נוסחת סטרלינג  $n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$ , כאשר הכוונה ב  $\sim$  היא שקיימים זוג קבועים חיוביים  $c_1 < c_2$ , כך שעבור כל  $n$ , היחס בין אגף ימין לאגף שמאל גדול מ  $c_1$  וקטן מ  $c_2$ .

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, [שלומי](#), בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.

פתרונות בקורסי הסתברות נמצאים [כאן](#) וגם [כאן](#).

פתרונות באלגוריתמים נמצאים [כאן](#) וגם [כאן](#).