

מוצב ג', מסלול א', תל אביב
7.9.93

מ.מ. תל אביב



החומר מצטרף

אלקטרונית ב' 1

כיום מ.מ. הורצוג

חשן א'

מלבד החיובים: 60 זקוקות (עצומים חזלים 75 זקוקות)
אין עשרת מיליון בתאור עזרת זקוקים לא במחשבות.
מספר השאלות: 15.

עכשיו שאלה ולתת תשובה נכונות אחר אויביה.
סמן עוזב התשובה הנכונות.

ניקוב:

נ' $6\frac{2}{3}$

נ' 0

נ' $-1\frac{1}{3}$

תשובה נכונות:

אין תשובה או יותר מתשובה אחת:

תשובה לא נכונות:

בהצלחה!

שאלה 1: מספר האינדוקציות A_4 הוא:

- 2
- 3
- 4
- 5

שאלה 2: יהי G חבורה מסדר 120 ויהי K חבורת סיוול-5 של G איננה נוימלית ב- G . אזי 5^n , מספר חבורות 5-סיוול ב- G , שווה ל:

- 6
- 12
- 21
- 24

שאלה 3: יהי $Z(G)$ המרכז של החבורה G ויהי G' חבורת הקומוטטור של G . אזי השוויון $G/Z(G) \cong G'$ אמת

- נכון תמיד.
- לא נכון תמיד, אבל נכון כאשר $Z(G) \trianglelefteq G$.
- לא נכון כאשר $Z(G) \trianglelefteq G$, אבל נכון כאשר $G' \cong Z(G)$.
- שווה השוויון הנ"ל אינו נכון.

שאלה 4: יהיו $\alpha = (123)(45)$ ו $\beta = (143)(25)$!

איברי S_5 . אזי הסדר של מכפלתם $\alpha\beta$ הוא:

- 2
- 3
- 5
- 6

שאלה 5: יהי T הגווה 3 יקדים מספר $2^4 \cdot 7^4$.

אצי מספר החבורה הוולקיות $\mathcal{L} T$ הוא:

25 20 16 8

שאלה 6: יהי $G^2 = \langle g^2 \mid g \in G \rangle$ היה"ה של החבורה G .

הנחות ע"י נבא איברי G וגרי $G^2 \leq H \leq G$.

אצי הטעם: $H \cong G$

נבא תמיד.

לא נבא תמיד, אגם נבא אם $G' \leq H$ (G' - חבורת קומוטטור).

לא נבא כולו $G' \leq H$, אגם נבא כולו $G^2 \leq G'$.

אגם הטענה הר"ע אינן נבאיה.

שאלה 7: מספר האוברים מספר 5 ג - S_5 הוא:

4 20 24 30

שאלה 8: יהי G חבורה, $Z(G)$ מככסם. אצי הטעם: $Z(G) \neq 1$.

נבא תמיד.

לא נבא תמיד, אגם נבא כולו G חבורה סובור.

לא נבא כולו G חבורה סובור, אגם נבא אם $|G| = p^n > 1$, p הוא ראשוני.

אגם הטענה הר"ע אינן נבאיה.

שאלה 9 : מספר האלקטורים הצימוד של אובייקט מסוג 303
הוא S_5 הוא:

2 3 4 5

שאלה 10 : מהי \sqrt{H} ! K היא הנהיגה של הנהיגה הסימטרית G .

אזי הסדרים : HK היא הנהיגה של G

נכון מאוד.

לא נכון מאוד, אבל נכון אם $H \trianglelefteq G$.

לא נכון כולל $H \trianglelefteq G$, אבל נכון אם H ו K נכנסות ב G .

לאי הסדרים הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 11 : מספר האובייקט מסוג 4 בהנהיגה הצימוד

D_8 מסוג 16 הוא:

1 2 5 6

שאלה 12 : מהי S קבוצת האלקטורים של הנהיגה G .

אזי הסדרים : $C_G(S) \cong N_G(S)$

נכון מאוד.

לא נכון מאוד, אבל נכון אם S היא הנהיגה של G .

לא נכון כולל $S \leq G$, אבל נכון אם S היא אבליה של G .

לאי הסדרים הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 13 : יהי G חבורה מסדר 30 , 15 m , כאשר m הוא מספר טבעי אי-זר $5-15$, $\text{gcd}(15, m) = 1$. אציג הטענות:
 ז' ייחודיות H מסדר 15 ונתן לה H מסדר 15 זניחה
 ז"א 5

נכונים תמיד.

ז"א נכונים תמיד, אבל נכונים אם H 5 -סידור G ייחודיות H .

ז"א נכונים כאשר H 5 -סידור ייחודיות H , אבל נכונים אם H 5 -סידור G ייחודיות H .

ז"א H 5 -סידור G ייחודיות H או H 3 -סידור G ייחודיות H .

שום הטענות הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 14 : יהי G חבורה סופית, $H \trianglelefteq G$, $N = N_G(H)$ ונניח כי N/H , G/H זניחה G ייחודיות H או G ייחודיות H זניחה G ייחודיות H .

נכונים תמיד.

ז"א נכונים תמיד, אבל נכונים אם $N \cap H = 1$.

ז"א נכונים כאשר $N \cap H = 1$, אבל נכונים אם $N \cap H = 1$ ו $(G/N, G/H) = 1$.

שום הטענות הנ"ל אינן נכונות.

שאלה 15 : יהי $G \leq H$. אציג הטענות: $C_G(H) \trianglelefteq G$

נכונים תמיד.

ז"א נכונים תמיד, אבל נכונים כאשר $H \trianglelefteq G$.

ז"א נכונים כאשר $H \trianglelefteq G$, אבל נכונים אם $H \trianglelefteq G$! מסדר הוליווד

שום הטענות הנ"ל אינן נכונות.

1. יהי G חבורה סופית ויהי $T \leq G, T \neq 1$ ציקלית.
אזי $Z(G) \neq 1$.

(א) רבון תמיב $Z(G)$ רבון תמיב, אגם רבון כאלר $|T|$ נוספי ויקי
(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

2. יהיו G_1, G_2 חבורות סופיות, $N_1 \trianglelefteq G_1, N_2 \trianglelefteq G_2$ ונניח
כי $N_1 \cong N_2$ וגם $G_1/N_1 \cong G_2/N_2$. אזי $G_1 \cong G_2$.

(א) רבון תמיב $Z(G_1)$ רבון תמיב, אגם רבון כאלר G_1, G_2 ון חבורות אנדומלר
(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

3. יהי G חבורה סופית, $H, N \leq G$; $N/H, G/H$
ון חבורות אגם ואל: אזי G ווא חבורה אגם ואל

(א) רבון תמיב $Z(G)$ רבון תמיב, אגם רבון כאלר $(|H|, |N|) = 1$
(ג) היסטרית א', ג' אינן רבונות.

4. אזי $|G| = p^n$, כאלר קווארני! $2 \leq n$, אזי:

(א) יתכן כי $|G'| = p^{n-1}$ (ג' - חבורה וקומאטיוו של G)

(ב) לא יתכן $|G'| = p^{n-1}$, אגם יתכן כי $|G'| = p^{n-2}$.

(ג) היסטרית א' ! ג' אינן רבונות

1 יהי G חבורה סימטרית אינרסיה כי $(G) \sqrt{2}$ הוא חבורה
 אבסורט. אזי G היא חבורה אבסורט
 (א) נבין תמוז (ב) עכא נבין תמוז, אגם נבין אק $(G) \sqrt{2}$ ציקסית
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

2 יהי S_n החבורה הסימטרית, $H \trianglelefteq S_n$ אינרסיה
 H מכוסה מערך מאלוק 4. אזי $H = S_n$
 (א) נבין תמוז (ב) עכא נבין תמוז, אגם נבין אק $5 \leq n$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

3 יהי $G = AB$, כאשר $A ! B$ הן ח"ח אבסורט
 אז G אזי G היא אבסורט
 (א) נבין תמוז (ב) עכא נבין תמוז, אגם נבין כאשר $(|A|, |B|) = 1$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

4 יהי G חבורה סובורט, $N \trianglelefteq G$ ויהי P ח"ח קסא
 אז G/N אזי P/N היא ח"ח ק-סיסל אז G/N
 (א) נבין תמוז (ב) עכא נבין תמוז, אגם נבין כאשר $N \leq P$
 (ג) היטענל א' ! ב' אינן נבארל

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ונניח $H \cap G' = 1$

נאשר G' היא חבורת הווימונטור של G . אציג H אגדור

(א) נבין תמוצ (ב) עמ נבין תמוצ, אגל נבין נאשר $(|H|, |G'|) = 1$

(ג) היטענל ע' א' ! ג' אינן נבאר

2. לחבורה האלמנטרית A_n וזנה תמוצ ת"א מאיננס ת

$p \geq 3$
$A_{p-1} = 1$

(א) נבין תמוצ (ב) עמ נבין תמוצ, אגל נבין נאשר $n \geq 3$

(ג) היטענל ע' א' ! ג' אינן נבאר

3. מספר מעקל החבורה S_4 (של איננס) הוא :

(א) 4 (ב) 5 (ג) 6

4. יהי G חבורה סופית, $N \leq G$, $a \in G$

אציג $C_G(a) \cap N = 1$

(א) $|C_{G/N}(aN)| > |C_G(a)|$ (ב) $|C_{G/N}(aN)| < |C_G(a)|$

(ג) היטענל ע' א' ! ג' אינן נבאר

מיצב א', סמסל ג',
15.7.90

אסגרה ג' 1
המרה: פול' מ. הוול'ג
הסק ג'.

משק הסק ג': 2 פסגה. און ערשטאס גבס אמר אצ
פוק סג: אנה עס 2 פסגה: אמר משפלה ז'ו ואחר משפלה

שאלה 1
(א) הקצר את המושק: מקור פ-סודו א גבורה סופית. (3)
(ג) הקצר: מ"ח K! H! א המקור G צמחצמח עא ע"א. (2)
(ד) נדע: המקור סופית, נס מ"ח פ-סודו צמחצמח עא ע"א - (20)
שאלה 2.

(א) הו"ח: אג'ו $n \geq 3$, $\langle (12k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$
(ג) הו"ח: אק $H \cong A_n$, $n \geq 3$, H מיוסר מתקור ט מאוק 3
אז' $H = A_n$

שאלה 3

הוכח כי מקור מספר ק'ו, ק'ו, ק'ו, איש מקור פלוס

שאלה 4

הוכח כי עמלוא $a^{-1} = a^2 x$ ו פתון א במקור G
אק ויה אק a הוא מקור פלוס א אוק ג - G.

ג. צמח!

מאצב, ג' סוסט ג' ג' 17

17.9.90

DN. תלמיד

אלקטרה ג' 1

פרינציפאל מ. הורצ'וויץ

הערה ג'

שק ה' : 2 לעצור -
אין דעלעטע גראווע עני.

ליקע: עני. 2 לעצור: אמת נעלעטע 2, 1 אמת נעלעטע 3, 4

1 לעצור

- א) הנדסע אט האלד: אגור פ-סידו אגור סאוו (3 נ')
- ב) נסח אט שלפ קאלי דאגורא אגורא (2 נ')
- ג) האנד: אק פ. האלד אק ג האנד סאוו, א' (20 נ')

2 לעצור

- א) האנד: עני $n \geq 3$, $A_n = \langle (12k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$ (10 נ')
 - ב) האנד: אק $H \triangleleft A_n$, $n \geq 3$, H נעלעטע שטאלד H (15 נ')
- מאליק 3, א' $H = A_n$

3 לעצור

האנד שנד אגור מספר 255 האט אגדיות .
 [רמט: $|G| = 255 = 17 \cdot 5 \cdot 3$. גרוי $H, K, L \leq G$ מספרים 17, 5, 3
 גראווע. האנד: $H \triangleleft G$ אהסן $G' < H$. האנד גר
 - $K \triangleleft G$ א' $L \triangleleft G$ אהסן: $G' = 1$]

4 לעצור

האנד לעטע אק $ax = b$ ו' פונן x אגור G
 אק ורן אק ab האט רבא G אגור G .

1. יהי G תבונה אברהיית $K, H \leq G$ התקומות :
 אצי : $K \leq H$

$$N_G(H) \leq N_G(K) \quad (א) \quad N_G(K) \leq N_G(H) \quad (ב)$$

(ג) הוכחתי כי ! כי אינן נבדלות .

2. יהי S קבוצה חסומה של התבונה G . אצי :

$$C_G(S) \leq N_G(S)$$

(א) נכון תמיד ; (ב) לא נכון תמיד, אולם נכון אם S תבונה חסומה.

(ג) הוכחתי כי ! כי אינן נבדלות .

3. יהי G תבונה סופית אברהיית $1 \neq N \leq G$.

$$N \cap Z(G) \neq 1 \quad \text{אצי :}$$

(א) נכון תמיד ; (ב) לא נכון תמיד, אולם נכון אם $|G| = p^n$, p ראשוני.

(ג) הוכחתי כי ! כי אינן נבדלות .

4. יהי $H \rightarrow G$ אפומורפיזם של תבונות (האומורפיזם) :
 אצי :

(א) $\delta - G$ ולכן תבונת מרכז האפומורפיזם $\delta - H$;

(ב) $\delta - G$ ולכן H האפומורפיזם $\delta - H$;

(ג) הוכחתי כי ! כי אינן נבדלות .

2. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ויהי P ח"מ p -סידור של G . אזי $P \cap H$ היא ח"מ p -סידור של H .

(א) נבין תמוצת האלמנטים, אגם נבין נאלץ $H \cong G$.
 (ב) הישעל-א' ! ב' אינן נבארלר.

2. יהיו נבארלר האוגדלם: $\alpha = (15)(473)(26)$, $\beta = (34)(267)(16)$.

! $\sigma = (17)(5362)$ ח S_7 . אגו:

(א) α זמוצ β - δ ח S_7 ; β זמוצ δ - ϵ ח S_7 .

(ב) α זמוצ δ - ϵ ח S_7 .

3. יהי G חבורה סופית נשוסה ויהי $H \leq G$.

נעםר האורזקס: $|G:H| = 5$. אזי: $G \cong A_5$.

(א) נבין תמוצת האלמנטים, אגם נבין נאלץ $H \cong G$.

(ב) הישעל-א' ! ב' אינן נבארלר.

4. יהי $H \leq G$ ארניח ח $|H| = 2$ ח G .

אגו:

(א) G/H היא זיגלסור ח G/H איננה תמוצת זיגלסור, אגם $G/H \cong G$.

(ב) הישעל-א' ! ב' אינן נבארלר.

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ זרמייה כי $H \cap G' = 1$,
 ואשר G' היא חבורת הקומוטטור של G . אזי H אבליה
 (א) נבון תמיז (ב) לכו נבון תמיז, אגם נבון נאל $(|H|, |G'|) = 1$
 (ג) השערת או! ג' אינן נבולות.

2. יהי G חבורה סופית זרמייה כי $G \cong \text{Cyc}(n)$. אזי G אבליה.
 (א) נבון תמיז (ב) לכו נבון תמיז, אגם נבון נאל G מסדר p^2 , p ראשוני
 (ג) השערת או! ג' אינן נבולות.

3. יהי G חבורה סופית זרמייה $G = FK$ נאל $K \leq G$
 ! $F \cong G$. אזי: $F \cap K \cong G$.
 (א) נבון תמיז (ב) לכו נבון תמיז, אגם נבון נאל F אבליה
 (ג) השערת או! ג' אינן נבולות.

4. מספר האיגיון הצמודים של $(1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n)$, מתעור
 מסלול n ג- S_n , הוא:
 (א) 3^n (ב) $n!$ (ג) $(n-1)!$

$$2^n 3^m$$

1. יהי T הגורם ציקלוטור מסדר n ויהי S הגורם ציקלוטור מסדר m . האם T הוא:

- (א) $6nm$ (ב) nm (ג) $(m+1)(n+1)$
-

2. יהי G הגורם סופי, $H \trianglelefteq G$, N ויהי G/N ויהי G/H .

האם הגורם ציקלוטור. אצי G היא הגורם ציקלוטור
(א) נכון תמיד;

(ב) אם נכון תמיד, אגם נכון כאשר $(|G/N|, |G/H|) = 1$

(ג) א'! ג' אינם נכונים.

3. יהי G הגורם מסדר p^n , p ראשוני ויהי $Z(G)$.

כאשר $|Z(G)| = p^2$. אצי $G/Z(G)$ אינו ציקלוטור

(א) נכון תמיד אגם נכון תמיד, אגם נכון אם $n \leq 4$;

(ב) ויטענה א'! ג' אינם נכונים.

4. יהי S קבוצה חסימה של הגורם G . אצי

(א) $C_G(C_G(S)) \leq S$ (ב) $C_G(C_G(S)) \geq S$

(ג) ויטענה א'! ג' אינם נכונים.

מחברת א' ספרות ג', חר"ן
15.7.90

אלקטרוניקה 1
הערה: פילוס מ. הרצ"מ

העק א'

מקב אלק א' : 60 צקאר
אין אלקטרוניקה ג' חר"ן חר"ן
מספר העמוד : 16

על שדה ולחץ גלמה נלקח אחר אוגוסטה
סוף עקוד סביב האל א', ג' א' א' האתאית
לשדה הנלקח.

ויק א' 3

גלמה נלקח : 3.25 נ' א'
אין גלמה א' אחר גלמה אחר : 0 נ' א'
גלמה אחר נלקח : -0.75 נ' א'

הגלמה !

1. מספר הגבולות האגלויות העליון הסופי $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

אגלויות ה'ה. סידור אחר לפחות ציקליות הוא:

- (א) 5
- (ב) 6
- (ג) 7

2. יהי G חבורה סופית מסדר n , $|G| = p^n$, כאשר p ראשוני

1. $n \geq 1$. יהי C ממרקר צמיגות (של איגרויק) של G .
אזי $|C| < p^{n-1}$

- (א) נכון תמיד (א) לא נכון תמיד, אגם נכון כאשר $n > 1$
- (ג) הטענה א' א' אינן נבולות

3. יהי G חבורה סופית מסדר m , $|G| = p^r$, כאשר p ראשוני

$\chi = \chi(p)$. נניח כי $\chi(G) \mid p$ ויהי C ממרקר

צמיגות (של איגרויק) G - G . אזי $|C| \neq p^r$

אם נכון תמיד אלא נכון תמיד, אגם נכון רק ה'ה ק-סידור של G היא אגלויות

- (ג) הטענה א' א' אינן נבולות

4. יהי G חבורה סופית ויהי $H \leq G$. אם $a \in G$

אז $a^2 \in H$, אזי G היא געגלת סדר פאק'

(א) נכון תמיד (א) לא נכון תמיד, אגם נכון אם $|G| = p^n$, p ראשוני

- (ג) הטענה א' א' אינן נבולות

1. יהי G חבורה סופית ותהי $T \leq G$, $T \neq 1$ ציקלית.
אזי $Z(G) \neq 1$

(א) נבון תמוצ G על T נבון תמוצ, אגם נבון $|T|$ מספר ז'י
(ג) היסודות a, b אינן נבונות.

2. תהי G_1, G_2 חבורות סופיות, $N_1 \trianglelefteq G_1, N_2 \trianglelefteq G_2$ ונניח

כי $N_1 \cong N_2$ וגם $G_1/N_1 \cong G_2/N_2$. אזי $G_1 \cong G_2$

(א) נבון תמוצ G על N תמוצ, אגם נבון $|N|$ מספר ז'י
(ג) היסודות a, b אינן נבונות.

3. יהי G חבורה סופית, $H, N \leq G$ ונניח $G/H \cong G/N$

הן חבורות אבסורביות. אזי H הוא חבורה אבסורבית

(א) נבון תמוצ G על H תמוצ, אגם נבון $|H|$ מספר ז'י
(ג) היסודות a, b אינן נבונות.

4. אם $|G| = p^n$, כאשר p ראשוני! $n \geq 2$, אזי:

(א) יתכן כי $|G'| = p^{n-1}$ (ג' - חבורת הקומוטטור של G)

(ב) לא יתכן $|G'| = p^{n-1}$, אגם יתכן כי $|G'| = p^{n-2}$.

(ג) היסודות a, b אינן נבונות.

1. יהי G חבורה סופית אינרית כי $(G) \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ונא להוכיח
 אגודת-אזי G היא חבורה אגדית
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $(G) \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ציקלי
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

2. יהי S_n החבורה הסימטרית, $H \trianglelefteq S_n$ אינרית n
 $H = S_n$ מכלול מכלול 4. אזי $H = S_n$
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין אק $n \geq 5$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות.

3. יהי $G = AB$, כאשר A, B הן ח"מ אגדיות
 אז G אזי G היא אגדית
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין כאל $(|A|, |B|) = 1$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

4. יהי G חבורה סופית, $N \trianglelefteq G$ ויהי P ח"מ פ-סימט
 אז G/N אזי P/N היא ח"מ פ-סימט אז G/N
 (א) נבין תמוצ (ה) פא נבין תמוצ, אגד נבין כאל $N \leq P$
 (ג) היסודות א' ! ב' אינן נבדלות

1. יהי G חבורה סופית, $H \leq G$ ונניח כי $H \cap G' = 1$
 נאשר G' היא חבורת הווקיטור של G . אזי H אדומה
 (א) נכון תמיד (ב) לא נכון תמיד, אגב נכון כאשר $(|H|, |G|) = 1$
 (ג) היסוד a ! ג' אינו נטורל

2. לחבורה האלטרניטיבית A_n ידועה תמיד ת"א מאינסוף
 (א) נכון תמיד (ב) לא נכון תמיד, אגב נכון כאשר $n \geq 3$
 (ג) היסוד a ! ג' אינו נטורל

ל"פ ד"ר
 $A_1 = 1$

3. מספר מעוקל (של אינדיקס) של S_4 הוא:
 (א) 4 (ב) 5 (ג) 6

4. יהי G חבורה סופית, $N \leq G$, $a \in G$
 ונניח כי $C_G(a) \cap N = 1$. אזי:
 (א) $|C_{G/N}(aN)| < |C_G(a)|$ (ב) $|C_{G/N}(aN)| > |C_G(a)|$
 (ג) היסוד a ! ג' אינו נטורל.

מועצת א' סמינר ג', ג
15.7.90

אם גברה ג' 1
המורה: פרויט' מ. הורצ'ק
הסק ג'.

משק הסק ג': 2 שאלות. אין להשתמש בגבס חמור צ"ו
סיק 5 ג: צ"ו עם 2 שאלות: אחת משאלות 2, 1 ואחת משאלות

שאלה 1
(א) הקבוצה A_n המיושקת: חבורת Q -סידור של חבורה סופית. (3 נ
(ב) הקבוצה: $H \neq K$! של חבורה G צימודת Q על G . (2 נ
(ג) הדגמה: החבורה סופית, נ"ס ח"ח Q -סידור צימודת Q על G . (20 נ
שאלה 2

(א) הוגמה: $A_n = \langle (12k) \mid k=3, 4, \dots, n \rangle$, $n \geq 3$
(ב) הוגמה: אם $H \cong A_n$, $n \geq 3$, H מכילה מתקן τ מאיור 3
) א"י $H = A_n$

שאלה 3

הוכח כי החבורה מסדר q^2 , q ראשוני, איננה פשוטה

שאלה 4

הוכח כי למשלואה $a^{-1} = a^2 x$ יש פתרון x בחבורה G
אם ורק אם a הוא מתקן פשוטה של איברי G .

הוצגה!

== יהי G חבורה בעלת המרכז $Z(G)$ ויהי $H \trianglelefteq G$. אז:

(א) $Z(G/H) \leq Z(G)/H$ (המרכז של G/H)

(ג) $Z(G/H) \leq Z(G)H/H$

(ד) $Z(G/H) \geq Z(G)H/H$

== יהיו α, β, γ האופייניים: $\alpha = (15)(473)(26)$, $\beta = (16)(267)(34)$

! $\gamma = (17)(5362)$ S_7 - אצוי:

(א) $\alpha \beta \gamma = \alpha \beta \gamma$ S_7 - α

(ג) $\alpha \beta \gamma = \alpha \beta \gamma$ S_7 - α

(ד) $\alpha \beta \gamma = \alpha \beta \gamma$ S_7 - α

== יהי G' חבורת הקומוטטור של G . אז:

(א) $Z(G/G') \neq G/G'$ (המרכז של G/G')

(ג) $Z(G/G') = G/G'$

(ד) $Z(G/G') \neq G/G'$

== מספר החבורות האגלויות בעלת הסדר $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3$

ובעלות חבורת 2-סידור ציקלית הוא:

(א) 18

(ג) 6

(ד) 9

1 יהיו נתונים האיברים $\alpha = (12)(437)(56)$, $\beta = (36)(125)(74)$

! $\gamma = (57)(13264)$ S_7 - נ

(א) $\alpha^\gamma = \beta$: β δ α את γ מצמצם

(ב) $\beta^\alpha = \alpha$: α δ β את α מצמצם

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

2 יהי G תגובה ומהווה $K, H \leq G$ המקימות: $K \leq H$

אינן:

(א) $N_G(K) \leq N_G(H)$

(ב) $N_G(H) \leq N_G(K)$

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

3 מספר האיברים הפרימיים של $(123\dots n)$

S_n - נ הוא:

(א) $(n-1)!$

(ב) $(n-2)!$

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

4 יהי G תגובה סופית ויהי $H \leq G$ גזר

האינדקס $|G:H| = n$. אינן:

(א) $|G|$ מתחלק את $n!$.

(ב) $n!$ מתחלק את $|G|$.

(ג) הסדרות א' ! ב' אינן נבדלות.

1. יהי G חבורה סופית ויהי $P \in \text{Syl}_p(G)$.

$N_G(P) \cong G$ כי $N_G(P) = G$. א"י:

(א) $N_G(P) = G$

(ג) $|G : N_G(P)| = 1 + p$

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

2. יהי $G = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_r$ מכפלה ישירה של $r < \infty$.

חבורות זיקמיות מסוג קארלן p . יהי $H \leq G$.

בעזרת הסדר p . א"י:

(א) $H = A_i$ עבור i מתאים.

(ג) $H \leq A_i \times A_j$ עבור זוג שלמים מתאימים.

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

3. יהי G חבורה סופית ויהי T אוטומופיזם של G .

עם תקופת לבת n כי $o(T) = 2$. א"י:

(א) $T(x) = x^2$ עבור $x \in G$.

(ג) $T(x) = x^{-1}$ עבור $x \in G$.

(ד) חשבו! א"י! ב"י אינן נבדלות.

4. איך מחבירה הסימטריה S_n ורוביות 4 .

ח"י זיקמיות וא"י:

(א) $n = 3$

(ג) $n = 4$

(ד) $n = 5$

1. יהי $f: G \rightarrow H$ הומומורפיזם של תבוא

סגורה. אזי

(א) $G = (\text{Im } f)(\ker f)$

(ב) $|G| = |\text{Im } f| |\ker f|$

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

2. יהיו $N, M \trianglelefteq G$ ונניח כי $M/N \cong G/M$ הוא אבלי

אזי:

(א) $G/N, G/M$ הן אבוליות.

(ב) $G/N \cong G/M$! הן אבוליות אבוליות וק"א $M \neq N$

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

3. מספר האיבריגים מספר 2 בתמונת היקוטיביות

Q מספר 8 הוא :

(א) 3

(ב) 5

(ג) הטענה א' ! ב' אינן נכונות.

4. יהי G חבורה סימטרית ונניח $H \leq G$

! $P \in \text{Syl}_p(G)$ נניח $P \trianglelefteq H \trianglelefteq G$ אזי:

(א) $P \trianglelefteq G$

(ב) $P \trianglelefteq G$ יק"א $H \text{ char } G$

(ג) $P \trianglelefteq G$ יק"א H אבוליות.

מ/שכ א', סמטו ה, תלמ
4.7.89

אלקטרה ב' 1
המורה: פרופ' מ. הכרמל

העין ב'
משק העין ב' : 2 שגור
סיון להשגת גב' הואי ע. ע. ע.

שדה 1
עין ע' 2 שדור : אחר משדור 1, 2 ואחר משדור 3, 4

אם את משק קושי להגלות אגדיות : אם G תורה אגדיות
אם P באשון הממשק את G ואת P למחול אחר a
 G בעל הסבר : $P = a(a)$
ערה : אין להשתמש הממשק המשותף של תגיות אגדיות ספיות (

שדה 2
 G תורה והיו H ח"ח של G בעל-האינזים הסופי : $n = |G:H|$
: קימת $G \cong K$ נק' S_n אף אפוארית ח"ח של S_m (החזקה הסימטרית).

שדה 3
מ כי אין תורה נפרדה בעל הסבר ק77, כאלו P מסבר

שדה 4
מ ע"י G את תגור הקומפוטור של G . הוכח :
כאן) כל קוסט A, G, A , הנה אמז של מעק'י
מיצור שלמות של אגרי G .

G תורה ספיות על אגדיות, אפ' $k(G) = \text{מספר מעק'י}$
מיצור של אגרי G , מקים את האי-שוויון :
 $1 + |G:H| \geq k(G)$
בהצדקה!

מחצב ג', סמסטר ג', תש"ל
24.9.89

אלגברה ג' 1

המונח: פרויקטור הרצף

הערה ג'

משק העסק ג': 2 לעומת

אין עניין במשק ג' הוא מני אפס.

שק עב: אנו עש 2 לעומת: אמת משאול 1, 2 ואמת משאול 4

שאלה 1

(א) יקצר את המושג: הקורט ק-סופו של מארה סופית.

(ב) הוכח: כל מארה סופית G מבוסה לפחות הקדור ק-סופו אמת על מספר ראשוני p .

(הערה: צריך לנסח את משפטי הפעול בהם יונק משמש וכו' ין פנימא עמך גשק והתאים)

שאלה 2

יהי G מארה ויהי $N \trianglelefteq G$. הוכח:

$$\{H/N \mid N \leq H \leq G\} = \{G/N \text{ של } H/N\}$$

שאלה 3

יהי G מארה סופית מסדר $p_1^{a_1} \dots p_k^{a_k} = |G|$, p_i ראשוניים שונים ויהיו K, H ח"ח של G . הוכח:

(א) (10 נק') איך עבד אנו, $|H| = |K|$ מתקיים: או $|H| = |K|$ או $|K| = |H|$, אפי $H=K$

(ב) (15 נק') איך $|H:K| = 1$ (כלומר האינדקסים זרים זה לזה) איך $H=K$

שאלה 4

יהי G מארה מסדר $3 \cdot 7 = 21$ ויהיו $A \in \text{Syl}_3(G)$, $B \in \text{Syl}_7(G)$

! $C \in \text{Syl}_3(G)$. הוכח: (א) (5 נק') $A \triangleleft G$

(10 נק') AB, AC הן ח"ח אגדיות של G .
(10 נק') A מובסת במרכז $Z(G)$ של G .

~~היציב~~

1. תהי G גזעיה סופית מסדר n ותהי $G \cong \mathbb{Z}_m$.
 ציגוריות מסדר m . אצי:

- (א) δ -גזעיה ויש להן n ציגוריות מסדר m המהדק את m
 (ב) δ -גזעיה ויש להן n ציגוריות מסדר m המהדק את $\frac{n}{m}$
 (ג) הציגוריות א' וג' אינן נכונות.

2. מספר הגזעיות האגדולות הגדולות מסדר $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
 אגדולות ה"ה ציגוריות מאינצקס ראשון הוא:

- (א) 3
 (ב) 4
 (ג) 6

3. מספר האוקטיון הצמודים של S_n הוא:

- (א) 2^n
 (ב) $n(n-1)$
 (ג) $\frac{n(n-1)}{2}$

4. תהי G הגזעה מסדר $|G| = pm$, $(p, m) = 1$, ותהי $P \in \text{Syl}_p(G)$.
 נניח כי $P \not\trianglelefteq G$! $m \equiv 1 \pmod{p}$.
 אצי:

- (א) $N_G(P) = P$
 (ב) $N_G(P) \cong P$
 (ג) הציגוריות א' וג' אינן נכונות.

1 יהי T א"ח זיקדים נורמליים על H .
 הסבורים העל-אבדלים G . אצי:

(א) $C_G(T) = T$

(ג) $C_G(T) \neq T$

(ג) $C_G(T) \leq T$ ולו למיז $C_G(T) = T$

2 מספר התאגוים המסקיות מספר 4 גמא/כח
 הקוסינוסיוניק Q מספר 8 הוא:

(א) 1

(ג) 2

(ג) 3

3 יהי $f: G \rightarrow H$ אפומורפיזם על תאגוים (הומומורפיזם)
 אצי:

(א) δ - G ולכן תאגוים מן האפומורפיזם δ H

(ג) δ - G ולכן א"ח האפומורפיזם δ H ;

(ג) הסעגות א' ! א' אינן נבגרות.

4 תהיינן $G \cong M, N$ אטני כ' G/N ! G/M הן
 תאגוים סביות. אצי:

(א) G היא סביות.

(ג) אכן $M \cap N$ הוא סביות, אצי G היא סביות

1: יהי $G' \leq A \leq G$ ויהי $A = G$. אזי:

(א) $HA = G$

(ב) $HA \leq G$ ויתכן $HA < G$ (כמו ש"א)

(ג) הטענה א' ! אזי אינן נכונות.

2: יהי G חבורה סופית ויהי $P \in \text{Syl}_p(G)$. אזי:

(א) $N_G(N_G(P)) = G$

(ב) $N_G(N_G(P)) = N_G(P)$

(ג) הטענה א' ! אזי אינן נכונות.

3: יהיו H ו- K תת-חבורות של G ויהי $K \leq H$. אזי:

(א) $Z(K) \leq Z(H)$

(ב) $C_G(K) \leq C_G(H)$

(ג) הטענה א' ! אזי אינן נכונות.

4: שחבורה הסימטרית S_n :

(א) יש ת"א מדרגה r איננה בגודל n עבור $n \geq 3$:

$n(n-1) \cdots (n-r)$, $0 \leq r \leq n-1$

(ב) יש ת"א מדרגה r איננה בגודל n עבור $n \geq 3$!

(ג) הטענה א' ! אזי אינן נכונות.

1. יהי $N \trianglelefteq G$ ויהי N הוסיא-אגדוסיא
: א"ש

(א) קיימת K , $1 < K < N$ הוסיא-אגדוסיא: $K \triangleleft G$

(ב) אם $N \neq N'$ אז קיימת K , $1 < K < N$ הוסיא-אגדוסיא: $K \triangleleft G$

(ג) הוסיא-אגדוסיא! א"ש! אינן נבדלות:

2. מספר הגורמים התהדקוואל מסדד 4 אגדוסיא

הוסיא-אגדוסיא D_8 מסדד 8 הוסיא:

(א) 1

(ב) 2

(ג) 3

3. יהיו A, B הוסיא-אגדוסיא G ויהי $G = AB$

: א"ש. $G = AB$

(א) הוסיא-אגדוסיא.

(ב) אם $A \cap B \neq 1$, אז G הוסיא-אגדוסיא.

(ג) הוסיא-אגדוסיא! א"ש! אינן נבדלות.

4. יהי $R \trianglelefteq G$ ויהי $R \leq K \leq G$. א"ש:

$$N_{G/R}(K/R) \leq \frac{N_G(K)}{R} \quad (א)$$

$$N_{G/R}(K/R) \leq \frac{N_G(K)R}{R} \quad (ב)$$

$$N_{G/R}(K/R) \geq \frac{N_G(K)R}{R} \quad (ג)$$