

תורת הגרפים

לתלמידי מחימטיקה שנים ב-ג

המורה: די"ר נוגה אלון

משך הבחינה: 3 שעות
ענה על 6 מתוך 7 השאלות הבאות.
מותר להשתמש בכל חומר עזר.
השתדל לא לכתוב יותר מעמוד אחד כפתרון לכל שאלה.

שאלה 1

- א. הראה שבכל גרף פשוט יש שני צמתים עם אותה ערכיות.
ב. האם הנ"ל נכון גם לגבי גרף לא פשוט?

שאלה 2

יהא G גרף 6-רגולרי. הוכח ש- G איננו מכיל גשרים.

שאלה 3

הראה דוגמא של גרף פשוט בעל ערכיות מינימלית $\delta = 3$, קשירות צלעית $\lambda' = 2$ וקשירות $\lambda = 1$.

שאלה 4

- א. הראה שכל גרף בעל n צמתים שהוא k קשיר צלעית מכיל לפחות $k \cdot n / 2$ קשתות.
ב. הראה דוגמא של גרף בעל n צמתים שהוא 2 קשיר צלעית המכיל בדיוק n קשתות.

שאלה 5

- א. הוכח שכל גרף פשוט 10- רגולרי עם $n > 220$ צמתים מכיל זיווג בגודל 101.
- ב. הראה דוגמא של גרף פשוט 10- רגולרי עם 220 צמתים שאיננו מכיל זיווג בגודל 101.

שאלה 6

הוכח כי כל גרף פשוט בעל $(n-1) \cdot m + 1$ צמתים, או שהוא מכיל צומת מערכיות לפחות m , או שהוא מכיל קבוצה בלתי תלויה בגודל לפחות n .

שאלה 7

הא $G = (V, E)$ גרף מישורי פשוט. הוכח כי קיימת קבוצת צמתים $V' \subseteq V$ כך שאיזן שום מעגל אי זוגי של G שכל צמתיו ב- V' , $|V'| \geq |V|/2$.

בהצלחה!!!