

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. המסמן 8 תשובות נכונות יקבל ציון 60. על כל תשובה נכונה נוספת יתוּספו 5 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
4. יש לסמן את התשובות רק בעמוד הזה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת.
5. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
																א
																ב
																ג
																ד
																ה

מספר תשובות נכונות: _____ מספר תשובות שגויות: _____ ציון: _____

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 1-3. X, Y הם אורכי צלעות סמוכות של מלבן. X, Y הם זוג משתנים ב"ת שווי התפלגות. כל אחד מהם מתפלג אחיד רציף בקטע $(0,2)$. נסמן ב S את שטח המלבן.

שאלה 1

א. $0.7 < E(S) < 1.2$

ב. $E(S) < 0.5$

ג. $1.8 < E(S) < 2.5$

ד. $E(S) > 3.5$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

א. $V(S) < 0.5$

ב. $0.7 < V(S) < 1.2$

ג. $1.8 < V(S) < 2.5$

ד. $V(S) > 3.5$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

א. $P(S < 1) < 0.5$

ב. $0.55 < P(S < 1) < 0.65$

ג. $0.65 < P(S < 1) < 0.75$

ד. $P(S < 1) = 0.5$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 4-5. X הוא אורך צלע של רבוע. X מתפלג אחיד רציף בקטע $(0,2)$. נסמן ב S את שטח הרבוע.

שאלה 4

א. $0.7 < E(S) < 1.2$

ב. $E(S) < 0.5$

ג. $1.8 < E(S) < 2.5$

ד. $E(S) > 3.5$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 5

א. $V(S) < 0.3$

ב. $0.4 < V(S) < 0.8$

ג. $1.2 < V(S) < 1.6$

ד. $V(S) > 2$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

היא סדרת משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות שמקבלים רק ערכים אי שליליים. $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$
יהי Y_n - מכפלת n המשתנים הראשונים שבסדרה.

נדון בשתי תכונות של סדרות מסוג זה.

תכונה א': $E(X_1) > 1$.

תכונה ב': $\lim_{n \rightarrow \infty} P(Y_n > a) = 1$ עבור כל $a > 0$.

א. שתי התכונות שקולות.

ב. תכונה א' גוררת את תכונה ב', אך תכונה ב' לא גוררת את תכונה א'.

ג. תכונה ב' גוררת את תכונה א', אך תכונה א' לא גוררת את תכונה ב'.

ד. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות. אבל, שתי התכונות שקולות אם מתקיים

$$P(X_1 > 0.01) = 1$$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

$$X \sim G\left(\frac{1}{3}\right)$$

יהי a החסם העליון הקטן ביותר המתקבל לפי אי שיויון מרקוב להסתברות המאורע $(X > 4)$.

א. $a = 0.6$

ב. $a = 0.75$

ג. $a = 0.8$

ד. $a = 16/27$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 8-13.

מסדרים בשורה את 9 הספרות 1,2,3,...,9 כך שכל הסיפורים הם שווי הסתברות.

$$X_i - \text{מיקומה הסיפורי של הספרה } i. \text{ יהי } S_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

שאלה 8

א. $30 < E(S_9) < 40$

ב. $40 < E(S_9) < 50$

ג. $50 < E(S_9) < 60$

ד. $E(S_9) > 60$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

א. $P(X_5 > 5) < 0.4$

ב. $0.4 < P(X_5 > 5) < 0.5$

ג. $0.5 < P(X_5 > 5) < 0.6$

ד. $P(X_5 > 5) > 0.6$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

א. $4 < V(S_8) < 5$

ב. $5 < V(S_8) < 6$

ג. $6 < V(S_8) < 7$

ד. $V(S_8) > 7$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 11

מהי תוחלת מספר הספרות שעבורן יתקיים $(X_i > i)$?

א. 2

ב. 3

ג. 4

ד. 4.5

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 12

מהי ההסתברות שבדיוק עבור 8 ספרות יתקיים $(X_i > i)$?

א. 0

ב. $\frac{1}{8!}$

ג. $\frac{8}{9!}$

ד. $\frac{1}{9!}$

ה. $\frac{1}{9!}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 13

קבוצת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^9$ היא

א. קבוצת משתנים בלתי תלויים.

ב. קבוצת משתנים תלויים, אך בלתי תלויים בזוגות.

ג. לכל אחד מהמשתנים שבסדרה יש התפלגות אחרת משל כל האחרים.

ד. שווי התפלגות.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 14

יהיו X ו- Y זוג משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות. מי מהבאים הוא תנאי מספיק לכך ש $P(X = Y) = 0$?

- א. המשתנים הם בעלי תוחלת אין סוף.
 - ב. פונקצית ההסתברות המצטברת של X היא רציפה באין סוף נקודות.
 - ג. אין שום תנאי מספיק, כי כל זוג משתנים ב"ת שווי התפלגות מקבלים את אותו ערך בהסתברות חיובית.
 - ד. X יכול לקבל כל ערך ממשי בקטע $[0,1]$.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 15

X, Y הם זוג משתנים מקריים. $X \sim P(1)$, $Y \sim U[0,2]$ (אחיד בדיד).

- א. יתכן ש $P(X = Y) > 0.99$.
 - ב. אם ידוע שהמשתנים הם ב"ת אז $P(X = Y) < 0.1$.
 - ג. יתכן ש $P(X = Y) = 0$.
 - ד. יתכן שמקדם המתאם בין X ל- Y יהיה שווה ל-1.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 16

יהיו $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים ב"ת בעל התפלגות אחידה רציפה בקטע $(0, b)$. יהי Y_i - התוצאה המכסימלית המתקבלת ב- i המשתנים הראשונים. Y_i הוא האומד לפרמטר b על סמך i התוצאות הראשונות. כך $\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$ היא סדרת אומדים לפרמטר b .

- א. זו סדרה עקיבה וגם סדרת אומדי נראות מכסימלית.
 - ב. זו אינה סדרה עקיבה, אבל זו סדרת אומדי נראות מכסימלית.
 - ג. זו סדרת אומדי נראות מכסימלית וגם סדרת אומדים חסרי הטיה.
 - ד. זו סדרת אומדים חסרי הטיה, אבל זו אינה סדרת אומדי נראות מכסימלית.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-