

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 16 השאלות הבאות.
2. המסמן 8 תשובות נכונות יקבל ציון 60. על כל תשובה נכונה נוספת יתוּספו 5 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
4. יש לסמן את התשובות רק בעמוד הזה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת.
5. לרשותכם 3 שעות.

בהצלחה !

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
																א
																ב
																ג
																ד
																ה

מספר תשובות נכונות: _____ מספר תשובות שגויות: _____ ציון: _____

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 1-6. מבצעים סדרה אין סופית של הטלות מטבע. על צד אחד של המטבע מופיע 0 ועל הצד השני מופיע

1. בכל הטלה המטבע נופל על 0 בסיכוי $\frac{2}{3}$ ועל 1 בסיכוי $\frac{1}{3}$ באופן בלתי תלוי בהטלות האחרות.

עבור $1 \leq i < \infty$ יהי X_i - אינדיקטור לקבלת התוצאה 1 בהטלה ה- i .

עבור $1 \leq i < \infty$ יהי Z_i - אינדיקטור לקבלת תוצאות שונות זו מזו בהטלות ה- i וה- $i+1$.

עבור $1 \leq n < \infty$ יהי $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$.

עבור $1 \leq n < \infty$ יהי $T_n = \sum_{i=1}^n Z_i$.

שאלה 1

מהו $P(S_8 > S_6)$?

א. 1

ב. $\frac{5}{9}$

ג. 0

ד. $\frac{1}{3}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

מהו $Var(T_2)$?

א. $\frac{5}{9}$

ב. $\frac{2}{3}$

ג. $\frac{44}{81}$

ד. $\frac{64}{81}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

מועלות שתי טענות:

טענה א': החוק החלש של המספרים הגדולים חל על הסדרה $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$.

טענה ב': החוק החלש של המספרים הגדולים חל על הסדרה $\{Z_i\}_{i=1}^{\infty}$.

א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.

ב. טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ג. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.

ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

מהו $E(S_5 | X_1 = 1)$? (מדובר על תוחלת מותנה).

א. 3

ב. 2

ג. $\frac{5}{3}$

ד. $\frac{7}{3}$

ה. $\frac{7}{3}$

ו. $\frac{7}{3}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 5

מהו $P(X_1 = 1 | T_3 = 1)$? (מדובר על הסתברות מותנה).

א. $\frac{1}{2}$

ב. $\frac{3}{7}$

ג. $\frac{2}{7}$

ד. $\frac{1}{7}$

ה. $\frac{1}{7}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

מהו $P(X_2 = 1 | T_3 = 1)$? (מדובר על הסתברות מותנה).

א. $\frac{1}{2}$

ב. $\frac{3}{7}$

ג. $\frac{2}{7}$

ד. $\frac{1}{7}$

ה. $\frac{1}{7}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

ליאת מבצעת סדרת הטלות בלתי תלויות של קוביה תקינה.

מהי תוחלת מספר ההטלות עד שליאת תקבל 3 תוצאות שונות ?

א. 3.8

ב. 3.6

ג. 3.7

ד. 3.5

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

בכד יש כדור ירוק אחד ושני כדורים כחולים. בכל שלב מוציאים כדור אחד אקראי מבין הכדורים שבכד ומחזירים אותו לכד בתוספת כדור נוסף מאותו צבע.

עבור $1 \leq n < \infty$ יהי X_n - אינדיקטור לכך שהכדור שהוצא בשלב ה- n הוא ירוק.

מה ניתן להגיד על אברי הסדרה שהאיבר ה- n שלה הוא $Cov(X_1, X_n)$?

א. $\lim_{n \rightarrow \infty} Cov(X_1, X_n) = 0$

ב. אברי הסדרה מונוטונית יורדים, אך א' לא נכון.

ג. אברי הסדרה מונוטונית עולים.

ד. מתקיים עבור כל $2 \leq n < \infty$, $Cov(X_1, X_n) = Cov(X_1, X_2)$.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 9-13.

יהיו $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים שווי התפלגות.

נניח ש $X_1 \sim \exp(\ln(2))$ (מעריכי עם פרמטר $\ln(2)$).

עבור $1 \leq i < \infty$ יהיה Z_i אינדיקטור למאורע $(X_i < 1)$.

עבור $1 \leq n < \infty$ יהי $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$.

שימו לב שרק בחלק מהשאלות הבאות יש הנחת אי תלות בין המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$.

שאלה 9

נניח ש X_1 ו X_2 הם בלתי תלויים.

מהו $P(X_1 > 1, X_2 > 1)$?

א. $\frac{1}{e^2}$

ב. 0.75

ג. 0.25

ד. $1 - \frac{1}{e}$

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

מה ניתן להגיד על $P(S_7 > S_6 + 1)$?

א. תלויה בהתפלגות המשותפת של סדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$.

ב. תלויה בהתפלגות המשותפת של סדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^7$, אבל טענה א' לא נכונה.

ג. תלויה בהתפלגות המשותפת של סדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^6$, אבל טענות א' ו ב' לא נכונות.

ד. די בהנחת אי תלות בזוגות של סדרת המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$, כדי לדעת מהו $P(S_7 > S_6 + 1)$,

אבל ללא הנחת אי תלות בזוגות, לא ניתן לדעת מהו $P(S_7 > S_6 + 1)$.

ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 11

נניח ש X_1 ו X_2 הם בלתי תלויים.

- א. מתקיים $P(X_1 > X_2) = 0.5$.
ב. מתקיים $Var(X_1 + X_2) = 4Var(X_1)$.
ג. מתקיים $P(X_1 = X_2) > 0$.
ד. מתקיים $Var(X_1 + X_2) < Var(X_1) + Var(X_2)$.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 12

מהו $E(Z_1)$?

- א. 0.25
ב. 0.5
ג. 1
ד. 0.125
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 13

נניח ש X_1 בלתי תלוי ב X_2 .

מהו $Var(Z_1 Z_2 + 3)$?

- א. 0.5
ב. 1
ג. 0.25
ד. 9.25
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 14

יהיו $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים ב"ת אינדיקטורים בעלי הסתברות p .

נסתכל על סדרת האומדים $\frac{nX_1 + \sum_{i=1}^n X_i}{2n}$ לפרמטר p .

- א. סדרת האומדים היא סדרת אומדים עקיבה לפרמטר p .
ב. כל אחד מהאומדים הוא אומד חסר הטיה לפרמטר p .
ג. סדרת השוניות של אברי הסדרה היא סדרה קבועה.
ד. סדרת השוניות של אברי הסדרה היא סדרה יורדת מונוטונית לאפס.
ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 15 ו 16.
המספר 3452000 מסתיים בשלושה אפסים. המספר 67003000120 מסתיים ב 0 אחד.
גלן הודל בוחר ללא החזרה 19 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 20, ומכפיל אותם זה בזה.

יהי X - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבל גלן הודל.
גארי מאבוט בוחר עם החזרה 19 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 20, ומכפיל אותם זה בזה.

יהי Y - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבל גארי מאבוט.
לדלי קינג בוחר ללא החזרה 24 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 30, ומכפיל אותם זה בזה.

יהי W - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבל לדלי קינג.
הארי קיין בוחר עם החזרה 24 מספרים מקבוצת המספרים הטבעיים שבין 1 ל 30, ומכפיל אותם זה בזה.

יהי Z - מספר האפסים שבהם מסתיימת המכפלה שמקבל הארי קיין.

שאלה 15

- א. X מתפלג הפרגאומטרית, Y מתפלג בינומית.
- ב. X מתפלג הפרגאומטרית, Y לא מתפלג בינומית.
- ג. X לא מתפלג הפרגאומטרית, Y מתפלג בינומית.
- ד. X לא מתפלג הפרגאומטרית, Y לא מתפלג בינומית.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 16

- א. W מתפלג הפרגאומטרית, Z מתפלג בינומית.
 - ב. W מתפלג הפרגאומטרית, Z לא מתפלג בינומית.
 - ג. W לא מתפלג הפרגאומטרית, Z מתפלג בינומית.
 - ד. W לא מתפלג הפרגאומטרית, Z לא מתפלג בינומית.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-