

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

0368-2002

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצות B ו C של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

שאלה 1

יהי $X \sim \text{Bin}(3, 0.5)$. מהו $F_X(1.8)$?

- א. חצי
 - ב. גדול מחצי וקטן מאחת עשרה חלקי עשרים ואחד
 - ג. גדול מאחת עשרה חלקי עשרים ואחד וקטן מארבע שביעיות
 - ד. גדול מארבע שביעיות וקטן משלושה רבעים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 2

יהי $X \sim U(0, 2)$ (אחיד רציף) מהו $E(X^3)$?

- א. אחד
 - ב. גדול מאחד וקטן משתיים
 - ג. שתיים
 - ד. גדול משתיים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 3

יהי X משתנה מקרי שלו פונקציית צפיפות $f_X(x)$ השווה ל $\frac{2}{3}e^{-x}$ עבור כל ערכי x חיוביים ושווה ל $\frac{1}{3}e^x$ עבור כל ערכי x שליליים.

- א. התוחלת של X לא מוגדרת.
 - ב. התוחלת של X גדולה מאפס וקטנה מחצי.
 - ג. התוחלת של X גדולה מחצי וקטנה מאחד.
 - ד. התוחלת של X גדולה מאחד.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 4

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח שמתקיים $X_1 \sim G\left(\frac{1}{3}\right)$. מהי תוחלת מספר הפעמים שמתקיים $(X_n > n)$?

- א. אחת
 - ב. שתיים
 - ג. שלוש
 - ד. אין מספיק נתונים כדי לדעת.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 5-6. תהי $\{X_n\}_{n=1}^8$ סדרת משתנים מקריים שווי התפלגות ו"ת. נניח שכל אחד משמונת המשתנים הוא בעל התפלגות $U[1,4]$ (אחיד בדיד). עבור כל מספר שלם t יהי Y_t מספר המשתנים מבין שמונת המשתנים $\{X_n\}_{n=1}^8$ שקיבלו את הערך t .

שאלה 5

- א. $Cov(Y_1, Y_5)$ שווה לאפס.
 ב. $Cov(Y_1, Y_5)$ לא מוגדר.
 ג. $Cov(Y_1, Y_5)$ שווה לאין סוף.
 ד. $Cov(Y_1, Y_5)$ הוא מספר שלילי.
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

- א. $Cov(Y_1, Y_4) = -1$
 ב. $Cov(Y_1, Y_4) = -0.5$
 ג. $Cov(Y_1, Y_4) = -0.25$
 ד. $Cov(Y_1, Y_4) = -0.125$
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 7

יהיו X, Y זוג משתנים שווי התפלגות. נניח ש $X \sim P(1)$ (משתנה פואסוני). מהי ההסתברות הגדולה ביותר שיכול לקבל המאורע $(X + Y = 0)$?

- א. קטנה מחמישית
 ב. גדולה מרבע וקטנה משליש
 ג. גדולה משליש וקטנה מחצי
 ד. גדולה מחצי
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 8

מוציאים עם החזרה כדורים מתוך כד שבו אלף כדורים. מהי ההסתברות שבהוצאה האלפיים נוציא כדור שעד אותו שלב לא הוצא ?

- א. קטנה מאחד חלקי עשרים
 ב. גדולה מאחד חלקי עשרים וקטנה מאחד חלקי חמש עשרה
 ג. גדולה מאחד חלקי חמש עשרה וקטנה מעשירית
 ד. גדולה מעשירית וקטנה מחמישית
 ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 9

בכד הראשון יש ארבעה כדורים כחולים ושלושה כדורים ירוקים. בכד השני יש שמונה כדורים כחולים ו b כדורים ירוקים. בכל שלב בוחרים באחד מבין שני הכדים באופן ב"ת בבחירות של השלבים האחרים. בסיכוי p בוחרים בכד הראשון ובסיכוי $1 - p$ בוחרים בכד השני. בכל שלב מהכד הנבחר באותו שלב מבצעים חמש הוצאות עם החזרה של כדורים. עבור כל n טבעי, יהי X_n - מספר הכדורים הכחולים שמתקבלים בשלב ה n .

- א. החוק החזק חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ רק אם p שווה לאפס או לאחד.
- ב. החוק החזק חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ רק אם p שווה לאפס או לאחד או לחצי.
- ג. החוק החזק חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ רק אם p שווה לאפס או לאחד או ש $b = 6$.
- ד. החוק החזק בהכרח חל על הסדרה $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$.
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 10

בכל שלב מבצעים ניסוי שתוצאתו מתפלגת $U[1,4]$ (אחיד בדיד). תוצאות הניסיונות השונים הן ב"ת. לאחר השלב הראשון ניתן לבחור בין קבלת פרס ששווה לערך שהתקבל בו לבין מעבר לשלב השני. לאחר השלב השני ניתן לבחור בין קבלת פרס ששווה לערך שהתקבל בו לבין המשך לשלב השלישי. אם מגיעים לשלב השלישי, אז מקבלים פרס ששווה לתוצאת הניסוי השלישי. מהי תוחלת הפרס הגבוהה ביותר שניתן להבטיח?

- א. שתיים ושלושה רבעים
- ב. שלוש
- ג. שלוש ורבע
- ד. שלוש וחצי
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצות C ו B של אנשי המילואים. **שאלה 11**

שיכור מבצע הילוך מקרי על השלמים. הוא מתחיל את ההילוך בנקודה אפס, ובכל שלב עושה צעד אחד ימינה בסיכוי שני שלישי או צעד אחד שמאלה בסיכוי שלישי, וזאת באופן ב"ת בשלבים השונים.

מהי ההסתברות שבתום שבעת השלבים הראשונים, הוא יספיק כבר לבקר בנקודה חמש וגם בנקודה מינוס אחד?