

פתרון מקוצר לבחינה של ד"ר ערן שמעיה מ 28/01/15

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
א	ב	ב	ב	ג	ג	ג	ד	ד	ב	ד	א	ב	ב	ב	ג

הסברים קצרים

שאלה 1

מתקיים $(X < Y)$ אם הפונקציה שמגרילה עבור Y מגרילה מספר שגדול מחצי. הפונקציה מגרילה מספר שמתפלג אחיד בין 0 ל 1.

שאלה 2

$$E(Y) = E[X + 2 \cdot \text{rand}(\) - 1] = E(X) + 2E(\text{rand}(\)) - 1$$

שאלה 3

ככל ש Y גדול יותר, נצפה גם לערך גדול יותר של Z .
או תלויים למשל לפי זה שאם מתקיים $(Z > 1.8)$ אז בהכרח $(X > 0.9)$ ולכן בהכרח $(Y > -0.1)$. אך באופן כללי קיימת הסתברות חיובית ל $(Y < -0.1)$.
 X הוא משתנה אחיד בין 0 ל 1 וגם $\text{rand}(\)$ הוא משתנה אחיד בין 0 ל 1.
לכן גם Y וגם Z הם סכום של אחד ועוד פעמיים אחד אחר פחות קבוע 1.

שאלה 4

אם הם זרים בזוגות אז לא יתכן שיתרחש יותר ממאורע אחד והסתברות האיחוד של התרחשות מאורעות שווה לסכום ההסתברויות. אם הם אינם זרים, אז הסתברות האיחוד לא שווה לסכום ההסתברויות.

שאלה 5

תוחלת סכום תמיד שווה לסכום התוחלות. תוחלת סכום האינדיקטורים היא כאן $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.

שאלה 6

אם הם זרים בזוגות אז ההסתברות להתרחשות מאורע היא $\frac{11}{12}$ והשונות היא $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12}$.
אם הם ב"ת אז שונות הסכום שווה לסכום השונות של האינדיקטורים:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} < \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

שאלה 7

יש שאיפה של השכיחות להסתברות של כל פרט בודד להיות בתחום (החוק החלש).

שאלה 8

לפי החוק החלש ההסתברות לסטייה ביותר מקבוע נתון מהתוחלת, שהיא כאן 800, במקום נתון לאחר n ניסיונות, שואפת לאפס כאשר $n \rightarrow \infty$.

הערה

התשובה ב' היא ההסתברות של פרט בודד להיות בתחום. אבל לממוצע יש שונות קטנה יותר מאשר לפרט בודד ולכן הממוצע נוטה להיות קרוב יותר לתוחלת. למעשה כאשר $n \rightarrow \infty$, שונות הממוצע שואפת לאפס ולכן ההסתברות שהוא יהיה קטן מ 780 שואפת לאפס.

שאלה 9

מספר כוסות הוויסקי שהוא יקבל מתפלג $P(2)$ ולכן שונותו היא 2.

שאלה 10

פרק הזמן שהוא שווה במקום מתפלג $U(0,3)$. אם הוא שווה פרק זמן באורך x , אז

ההסתברות לאפס אירועים היא e^{-x} . מבוקש $\int_0^3 \frac{1}{3} e^{-x} dx$.

שאלה 11

כל הוצאה של כדור אדום, מקטינה את הסיכוי לאדום בכל הוצאה אחרת.

שאלה 12

כל הוצאה של כדור אדום על-ידי ארטמיס מקטינה את הסיכוי שאפולו הוציא הרבה כדורים אדומים, ובכך מגדילה את הסיכוי לאדום בכל הוצאה אחרת של ארטמיס עצמה. ארטימס מוציאה ממה שהשאיר אפולו.

שאלה 13

התוצאה של אפולו וגם התוצאה של הרמס מתפלגים הפרגאומטרית עם אותם פרמטרים. כל אחד מהם מושך חמישה כדורים אקראיים ללא החזרה. למרות שהרמס מושך אחרי אפולו, הכדורים שהוא מושך הם אקראיים מאותה אוכלוסיה.

שאלה 14

ההתפלגות היא $NB\left(2, \frac{1}{6}\right)$ שהיא סכום של שני משתנים $G\left(\frac{1}{6}\right)$. תוחלת סכום תמיד שווה לסכום התוחלות.

שאלה 15

עד קבלת פעמיים "6" יש בממוצע 10 הטלות שבהן מקבלים את אחת מ 5 התוצאות השונות מ 6. כל אחת מ 10 ההטלות האלה היא של "5" בסיכוי $\frac{1}{5}$.

שאלה 16

כעת ידוע שהיו בדיוק 8 הטלות שבהן התקבלו תוצאות שונות מ"6". לכן תוחלת מספר אלה

שבהן התקבל "5" היא $\frac{8}{5}$.

שלומי