

מספר ת"ז: \_\_\_\_\_ מספר נבחן: \_\_\_\_\_

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשע"א,

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.  
משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_ מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_

ציון: \_\_\_\_\_

### שאלה 1

בבניין בן 10 קומות, נכנסים 5 דיירים למעלית בקומת הקרקע. כל אחד מהדיירים לוחץ באופן מקרי על כפתור אחת הקומות מ-1 ועד 10 (ייתכן שמספר דיירים לוחצים על אותו כפתור). ההסתברות כי המעלית תעלה בדיוק עד הקומה החמישית ולא יותר היא:

(א) 0.031.

(ב) 0.107.

(ג) 0.021.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 2

מתוך  $n$  זוגות נעליים בוחרים באופן מקרי  $2r$  נעליים בודדות ( $2r < n$ ). ההסתברות שהוצאו 2 זוגות שלמים בדיוק היא:

$$\frac{\binom{n}{2} \binom{n-2}{2r-4}}{\binom{2n}{2r}} \quad (\text{א})$$

$$\frac{\binom{n}{r}}{\binom{2n}{2r}} \quad (\text{ב})$$

$$\frac{\binom{n}{2} \binom{n-2}{2r-4} 2^{2r-4}}{\binom{2n}{2r}} \quad (\text{ג})$$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 3

נתונים 3 מטבעות. 2 מהמטבעות הוגנים (סיכוי 1/2 ל"עץ"), ואחד מוטה (סיכוי 1/4 ל"עץ"). בוחרים מטבע אחד באקראי ומטילים אותו שתי פעמים. מה ההסתברות שנבחר מטבע מוטה בהינתן כי התקבל פעם אחת "עץ"?

(א)  $\frac{3}{11}$

(ב)  $\frac{1}{3}$

(ג)  $\frac{1}{5}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 4

חוקר לוקח מדגם פשוט של  $n$  אנשים בלתי תלויים באוכלוסייה כדי לבדוק את פרופורציית המעשנים באוכלוסייה  $p$ .

מה גודל המדגם המינימלי הדרוש כדי להבטיח כי בהסתברות של 0.95 לכל הפחות פרופורציית המעשנים במדגם לא תהיה רחוקה מ- $p$  ביותר מ-0.01 ע"פ אי שוויון צ'בישב, לכל  $0 \leq p \leq 1$ .

(א) לפחות 50,000.

(ב) יותר מ-10,000 אך פחות מ-10,000.

(ג) חסרים נתונים על מנת לענות על השאלה.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 5

בהמשך לשאלה 4, החוקר החליט לדגום רק 900 אנשים (באקראי). מה ההסתברות בקירוב כי פרופורציית המעשנים במדגם לא תהיה רחוקה מ- $p$  ביותר מ-0.01,

לפי משפט הגבול המרכזי, אם ה- $p$  האמיתי הינו  $\frac{1}{2}$ .

(א) קטנה מ-0.5.

(ב) יותר מ-0.5 ופחות מ-0.65.

(ג) הקירוב הנורמלי לא חל על מקרה זה.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

X ו-Y הם משתנים מקריים בלתי תלויים. ל-X ול-Y אותה פונקציית צפיפות:

$$f(t) = \begin{cases} 1/6 & -3 \leq t \leq 0 \\ t/4 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

ההסתברות ש- $X + Y \geq 2$  היא

(א)  $\cdot 1/8$

(ב)  $\cdot 1/64$

(ג)  $\cdot 5/24$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

בהמשך לשאלה 6, התוחלת  $E[X]$ :

(א) שווה ל-0.

(ב) שלילית אך גדולה מ-1.5.

(ג) חיובית אך קטנה מ-0.25.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

יהיו  $X, Y \sim U(0, 2)$  משתנים מקריים בלתי תלויים. נגדיר את המאורעות  $A = \{X < 2Y\}$  ו-

$B = \{Y \leq 2X\}$ . אזי ההסתברות  $P(A|B)$  שווה ל-

(א)  $\cdot \frac{1}{3}$

(ב)  $\cdot \frac{1}{2}$

(ג)  $\cdot \frac{2}{3}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 9

בטיול מאורגן השתתפו 10 זוגות, אשר שובצו ב- 10 חדרי מלון (כל זוג בחדר). לכל חדר זוג כרטיסים מגנטיים לפתיחת דלתות החדר. למרבה הצער, חל בלבול ו-20 הכרטיסים המגנטיים חולקו בין משתתפי הטיול באקראי (מפתח יחיד לכל משתתף). זוג יכול להיכנס לחדר שהוקצה לו אם לפחות אחד מבני הזוג קיבל מפתח נכון. נסמן ב- $X$  את מספר הזוגות שיוכלו להיכנס לחדר שהוקצה להם.

התוחלת  $E[X]$  היא:

(א)  $\frac{37}{19}$

(ב) 5.5

(ג)  $\frac{74}{19}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 10

בהמשך לשאלה 9, חשב את  $Var[X]$ .

(א) -0.486

(ב) -1

(ג) 0

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 11

יהי  $X$  משתנה מקרי פואסוני עם פרמטר  $\lambda = 10$ .

יהי  $Z$  משתנה מקרי בלתי תלוי ב- $X$  עם ההתפלגות  $P(Z = 0.6) = 1 - P(Z = 0.9) = 0.2$ .

יהי  $Y$  משתנה מקרי נוסף כך ש-  $Y | (X = x, Z = z) \sim Bin(x, z)$ .

המשתנה המקרי  $Y | X = 20$  מפולג

(א) בינומי.

(ב) פואסוני.

(ג) היפרגיאומטרי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 12

בהמשך לשאלה 11, התוחלת של Y (ללא ההנחה כי  $X=20$ ) שווה ל:

(א) 6.

(ב) 6.6.

(ג) 8.04.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 13

מטילים קובייה הוגנת 5 הטלות בלתי תלויות. יהי X מספר ההטלות בהן התקבלו התוצאות 1 או 2.

יהי Y מספר ההטלות בהן התקבלו התוצאות 2 או 3. מהו מקדם המתאם בין X ל-Y.

(א) מקדם מתאם שלילי.

(ב)  $-\frac{1}{4}$ .

(ג)  $-\frac{1}{3}$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 14

נתון משתנה מקרי X המפולג נורמלית עם תוחלת 0.5 ושונות 1. מהו  $P(X^2 < 1)$  ?

(א) 0.6247

(ב) 0.6915

(ג) 0.3830

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 15

שני חוקרים (אייל וסיגל) רצו לאמוד את תוחלת הזמן, בדקות, שנערות בנות עשרה מקדישות לשיחה

בטלפון מדי יום (ניתן להניח שזמן השיחה מתפלג נורמאלי עם סטיית תקן ידועה). כל אחד מהחוקרים

אסף נתונים על 20 נערות שונות.

סיגל קבלה את רווח הסמך: [85.32, 94.68],

אייל קיבל את רווח הסמך: [85.76, 93.24].

איזו מהטענות הבאות נכונה:

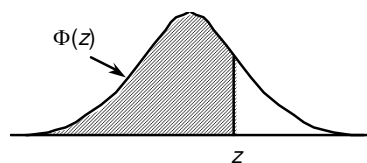
(א) רמת הסמך לפיה חשב אייל את רווח הסמך גבוהה מזו של סיגל.

(ב) רמת הסמך לפיה חשב אייל את רווח הסמך נמוכה מזו של סיגל.

(ג) אין מספיק נתונים להחליט מי חישב לפי רמת סמך גבוהה יותר.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

**טבלה 1.** טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי  $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995