

מדגם עם החזרה ללא חשיבות לסדר

רוצים לבחור m איברים מתוך אוכלוסיה של n איברים כך שאין חשיבות לסדר הבחירה ומותרות חזרות. למעשה צריך לחלק m סוכריות בין n ילדים. בסך הכל יש m סוכריות וילד שקיבל k סוכריות למעשה נבחר k פעמים.

נתחיל לדבר על מקרה פרטי. נניח שיש שני ילדים ורוצים לספור את מספר האפשרויות לחלק להם m סוכריות. נניח את הסוכריות בשורה. נרצה לשים מחיצה באיזשהו מקום. כל הסוכריות שיהיו משמאל למחיצה ינתנו לילד הראשון וכל הסוכריות שיהיו מימין למחיצה ינתנו לילד השני. אפשר לתת לילד הראשון בין 0 ל m סוכריות. כך יש $m + 1$ אפשרויות לחלק את הסוכריות. יש $m + 1$ אפשרויות למקם את המחיצה: החל משמאל לכל הסוכריות ועד ימין לכולן. למשל, מצב שהמחיצה ממוקמת משמאל לכל הסוכריות מייצג אפשרות שכל הסוכריות ניתנו לילד השני. למשל מצב שבו המחיצה ממוקמת בין הסוכריה השנייה לסוכריה השלישית מייצג אפשרות ששתי סוכריות ניתנו לילד הראשון וכל היתר ניתנו לילד השני.

נעבור למקרה הכללי. כאן צריך למקם $n - 1$ מחיצות בין m סוכריות, כאשר אפשר למקם מחיצות גם משמאל לכל הסוכריות או מימין לכולן. הילד הראשון יקבל את כל מה שמשמאל למחיצה הראשונה. הילד i יקבל את הסוכריות שבין המחיצה ה $i - 1$ למחיצה ה i . כך למשל אם כל המחיצות ממוקמות משמאל לכל הסוכריות, אז הילד האחרון יקבל את כל הסוכריות. אם למשל יש 5 ילדים ו 8 סוכריות, אז אם נבחר סידור $(| \mid s \ s \ s \ s \mid s \mid s \ s \ s)$ אז הילד הראשון לא יקבל אף סוכריה, השני לא יקבל אף סוכריה, השלישי יקבל 4 סוכריות, הרביעי יקבל סוכריה אחת והחמישי יקבל 3 סוכריות.

מספר האפשרויות למקם $n - 1$ מחיצות בין m סוכריות הוא $\binom{m+n-1}{n-1}$.