

שאלה

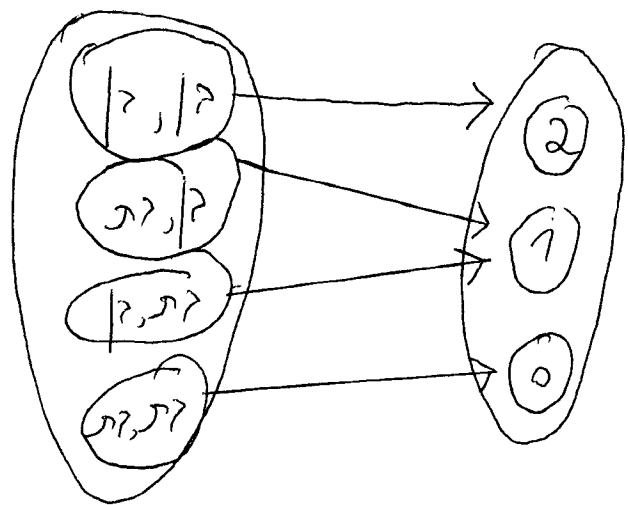
1

משתנים מקריים

משתנה מקרי פשוט פונקציה ממרחב המצבים של אולם  
התוצאות הקבועות קיור אל עולם המספרים.  
לכל תוצאה קמרחב המצבים מתאימים מספר.  
המספרים האלה הם מה שאנו רואים.

דוגמה

נניח שאנו מתעניינים במספר הזנים המשפחה של שני  
ילדים. מרחב המצבים מכיל את המקובצ  
{(גית, גית), (בן, גית), (גית, בן), (בן, בן)}  
הניתן שמעניין אותנו כרגע הוא מספר הזנים, שכל  
לכל אחד 0 או 1 או 2. לכל מקורה קמרחב המצבים  
מתאימים את מספר הזנים המתאים לה.



1

האופן הנאיבי נסתר על הפרטים המספיקים ועל  
 ההסתברות של אחר מהם מקור.

פירוק  
 ראית ההסתברות של אחר מהפרטים מקוריים  
 נקראת פונקציית ההסתברות.

משתנים מקריים מסומנים באותיות לטיניות. את  
 הפרטים שהם מקוריים מסומנים באותיות קטנות.

דוגמה  
 אדם מספר פרנס למספר דג של ילדים מתק"ם  
 $P(X=0) = \frac{1}{4}$ ,  $P(X=1) = \frac{1}{2}$ ,  $P(X=2) = \frac{1}{4}$

דוגמה  
 אדם משתנה מקרי של קודי תקינה מתק"ם  
 $P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$

לפיכך פונקציית ההסתברות או פונקציית ההתפלגות.

אלוף נתון מחדג מנצמס עכו 3 נקודות פחות קראות

קבמת קרו"ת  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ .

קבמת צרכים נ"תן לממש דעציתו משתנה מקרי

X המק"מ  $P(X=1) = P(X=2) = \frac{1}{2}$  ?

תאלוף עתו אבאר"ת. אם לאז מהצרכים 2, 1 צ"כ

לש"ק נקודות שסכום ההסתברויות שלהן בטל  $\frac{1}{2}$ .

יש אפשרות לש"ק 1 או 2 של נקודות

שהסתברויות שלהן הן  $\frac{1}{4}$  או 2 הנקודה

שהסתברות שלה היא  $\frac{1}{2}$ .

אלוף קבמת צרכים נ"תן לממש משתנה X במק"מ

$P(X=7) = P(X=9) = 0.5$  דעצית מחדג מנצמס שזו

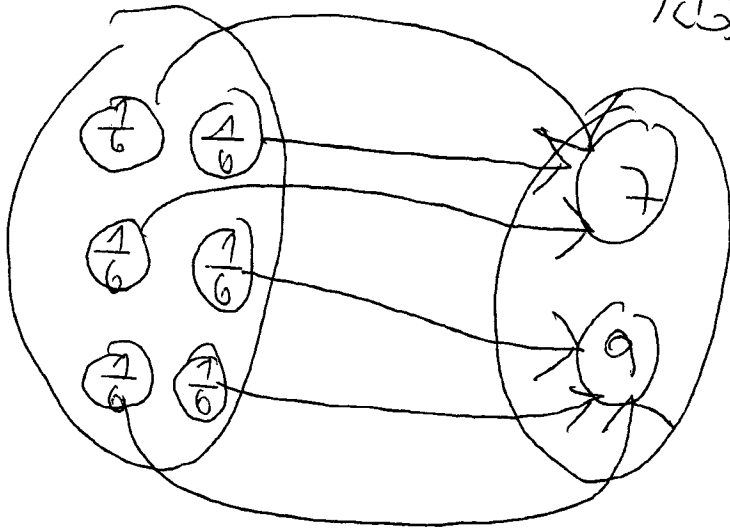
6 נקודות שלה או 7 או 8 יש הסתברות  $\frac{1}{6}$  ?

תשאלוף יש  $\binom{6}{3}$  צרכים. צ"כ לש"ס אם לאז

מק"ן פצת"א 7 | 9 3 נקודות שזו מחדג

(המנצמס)

4  
 צורת אמיני ככה פטל



משתנה מנוון

משתנה מנוון פטל משתנה שמקום רק ערך אחד  
 יוצר ממש. פטל מקום אותו דהסתדרות 1.  
 צורת אמיני מנוון פטל משתנה הספר את  
 מספר הסלס של אנשים דכיתוב, אם אחד יש  
 דכ'ק של את. פונקצית ההסתדרות פטל  
 $\rho(x=1) = 1$ .

מבחנת של משתנים מקריים

יש מבחנת של משתנים מקריים. כל המשתנים שהם כאלוה משפחה הם דגם תכלה מאתה. ניתן לראותן אולם דגם-י' הפת"ביתם למשפחה ודגם דגם-י' במחלים או במחיר שמתאים להם.

משתנה אחיד דג'3

משתנים אחידים דג'3ים מקבלים את כל אחז מהצפ"ם בקין  $a$  !  $b$  שלמים (כולם  $a$  !  $b$ ) דגם' י' אלה. מתאימים משתנה מקרי אחיד דג'3 עין  $a$  אם דגם-י'  $X \sim U[a, b]$ . בוקציות ההסתברות של

משתנה  $X$  כנה מקיימת

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a+1} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{אלתה} \end{cases}$$

ישו דג'3  $a$  !  $b$  מסתים שלמים דג'3  $a$  !  $b$  כולם הקצוות.

צוואל למשתנה מקרי אחיד פטל משתנה של קוליה תקינה, אם  $X$  פטל משתנה ככה אם

$$P(X=x) = \frac{1}{6} \quad \text{ומתק"ם} \quad X \sim U[1,6]$$

אם  $x \in \{1,2,3,4,5,6\}$  ו  $P(X=x) = 0$  אחרת.

צוואל נוספת למשתנה אחיד דג'ז פטל מ'קומ' של סבבם האם את דואר דאקט' דהסתברות אלו מקום בין 1 ל 20. פשתנה  $X$  סמאל אלת מ'קומ' מקומ'  $P(X=x) = \frac{1}{20}$  אחר

$$X \sim U[1,20], \quad x \in [1,20].$$

אלב כל שני משתנים המתק"ם  $X \sim U[1,6]$  הם

דהברת זב'ם.

תשוקה יש להם אלת אולנה דוקיות. הם שוו' דהשאלה

זאת אומרת שנים מקבלים כל עקב האולנה

בהסתברות. אולם הם יכולים לקבל ערכים שונים.

אם שני אנשים מטילים קוליה תקינה באופן דתי, הם עשויים לקבל תוצאות שונות, אמרת הדוקיות דברה.

נעזרה לעצמך דבמה שכתבת של משתנים מקריים

הסופרים מספר הילוח.

משתנה אינדיקטור/דו-טעמי

משתנה ככה מקראת רק את הערכים 0 או 1.

כפול מקראת את הערך 1 דהסתברות  $p$  ואת

הערך 0 דהסתברות  $q=1-p$ . הערך 1 מייצג

הילוח. מתקיים  $p(1)=p$ ,  $p(0)=1-p$ .

אנו נקרא למשתנה כזה עירוד רשם אינדיקטור.

אם משתנים דב"נו' דו-טעמי' אז אפשר להשתמש

דנ"מ  $X \sim B(p)$ . הפירמטר פ'אז של משתנה

אינדיקטור כפול  $p$   $U$  דהסתברות אהילוח.

משתנה ד'נו'

משתנה ד'נו' סופר את מספר ההילוח ד ח נסיונות

ד" שלם אהז מהם יש ס'ב'  $p$  אהילוח. כפול

מאוב"ן ע"צ' מספר הנסיונות והסתברות ההילוח

של כם אהז מהנסיונות, אם הוא שם  $(p, n) \sim B(n, p)$

אז כפול כפול  $X$  סופר את מספר ההילוח

הסתברות ג' (נסיונות) ג' שכל אחד מהם יש סיכוי  $p$  להצליח.  
 משתנה בינומי  $Bin(n, p)$  יפוסם לקבל את כל אחד  
 מהצדדים השונים של  $n$ .  
 מתקיים  $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$  עבור  $0 \leq x \leq n$ .

דוגמה

הסיכוי  $x$  נסיונות מסוימים יפ'ו הוצעה  $1-x$   
 אחרים יפ'ו כשאר פיא  $(1-p)^{n-x} p^x$ . אולם אנו  
 לא מצעננים דברות ההצלחות. אט חק סובבים  
 את מספר ההצלחות. אם כן יפ'ו  $x$  הצלחות  
 אנו יכולים לדאר את מיקום ההצלחות. יש  
 $\binom{n}{x}$  צרכים שונות לדאר  $x$  מיקומים.  
 אם  $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ .

אלה מקרים 100 השלאת ג' של קוליה וק'נה. מפי'  
 ההסתברות שנקדם עם פ'וטר 99 תוצאות 6?

בתחילת  $X$  הפשתנה שספר את מספר ההצלחות 6  
 מקיים  $X \sim Bin(100, \frac{1}{6})$



$$\begin{aligned}
 P(X \leq 97) &= 1 - P(X \geq 98) = \text{מתקיים} \\
 &= 1 - P(X=100) - P(X=99) - P(X=98) = \\
 &= 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^{100} - \binom{100}{99} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{99} \cdot \frac{5}{6} - \binom{100}{98} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{98} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2
 \end{aligned}$$

$\frac{\text{אלבר}}{\text{נתון}}$  משתנה מקרי  $X \sim B\left(100, \frac{1}{6}\right)$ . א'ק ניתן לממש את  $X$  דעציה פוזיטב כבולים מכו.

$\frac{\text{בתרון}}{\text{נסתה}}$  עם פוזיטב כבולים עם הפציה מתקן כז של כזר כחול אחד ושני כבולים יהוקים. מבין שבהולות הן עם הפציה אל דל פוזיטב של כזר פסיבי אקסית כזר כחול הול  $\frac{1}{3}$ . נוציל 7 כבולים עם הפציה ונסבור את מסר הכבולים הכולם שהתקלו.

$\frac{\text{הצעה}}{\text{אל}}$  כל משנה ג'ומ' אפשר לממש עם-יז' הולות מסר נתון יצוצ מהל של כבולים מכו. אם ק הול אל מסר רצונאי, אל ק"ם הובד של כז סדו פוזיטב הכולים הכולם הול ק.

משתנה הפרגמאטרי

משתנה הפרגמאטרי מאופיין על-ידי שני פרמטרים.  
 פטל מסומן לערה  $(b, a; h)$  מ- $MG$ .

כשמתנה סופר את מספר הכנורים בכדורים  
 המתקבלים  $k$  ה פוזיציות אלסא הפוזיציה מתק  
 כן שנו  $a$  כנורים כדורים  $h$  כנורים אחרים.  
 הפזיציות האפשריים שהמתנה יכולה לקבל מקיימים  
 את האילושים  $h \leq x \leq a$ ,  $0 \leq x \leq b$ ,  $0 \leq a-h-x \leq b$ .

בוקציות פה סתירות מקיימים

$$P(X=k) = \frac{\binom{a}{k} \binom{b}{h-k}}{\binom{a+b}{h}}$$

פיקוד: כלל האפשרויות פטל קדחת ה פטים  
 מתק  $a+b$  פטים, כני לקוד קצוק  $k$  פוזיציות  
 צביק לקדור  $k$  כנורים כדורים מתק  $a$  הכנורים  
 הכדורים ולקדור  $a-h$  כנורים אחרים מתק  $b$   
 הכנורים האחרים.

הערה: קסביות יש גם צרכים אחרות לתאר  
 משתנים הפרגמאטרים על-ידי שני פרמטרים.

המאתם למשתנים מקריים ק'טמי והפרימאטרי  
 בטל שניהם סופרים מספר היליחאג דמסר נתון  
 של נס'ולות, בעת נעקור למשפחה של משתנים  
 שסופרים את מספר הנס'ולות עז קולת מספר  
 קלוע נתון מהלש ח של היליחאג,  
משתנה ג'אומטרי

משתנה ג'אומטרי ספר את מספר הנס'ולות עז קולת  
 היליחאג אלת דמציית נס'ולות ד"ג ש"ו הסתירות,  
 דע"ל הסתירות ק כ"א אלת,  
 פ"א מסומן ב  $(k) \sim x$ .  
 א"ו הערכים האפשריים של פ"א כ"א ה"רע"ס:  
 קולת היליחאג ה"א שונה ובו"א אהצחות עז  
 כ"א של מאלד. מתק"ס  $1 - q \cdot k = P(X=k)$   
 כאשר  $q = 1 - p$ , צ"ע  $1 - k$  כ"א ו"א  
 היליחאג שההסתירות של פ"א ק.

אלה

יפה'  $X \sim G(p)$ , מהו  $P(X > 12)$  ?

$$P(X > 12) = \sum_{k=13}^{\infty} P(X=k) = \sum_{k=13}^{\infty} p \cdot q^{k-1} =$$

$$\frac{p \cdot q^{12}}{1-q} = q^{12}$$

(סכמת טור גיאומטרי)

פתרון שני

מה צריך כדי לקבל אפוא 13 נסיונות עד דב'ק  
 לקבל 12 כאלות. אם נבדל עם 12 כאלות  
 אז נניח אפוא 13 נסיונות. אם לא נפתח  
 עם 12 כאלות אז לא נניח אפוא' ה-13,  
 כאן כלל'  $P(X \geq x) = q^{x-1}$  עבור כל אפוא'.

$$P(X > a+x | X > a) = P(X > x) \quad \text{טענה}$$

מטענת הטענה פה אם נכנסו  $a$  פעמים אז  
 מספר הנסיונות צריך לעלות אחר הנסיון ה- $a$   
 פה שם דעם ההתפלגות הגיאומטרית המקורית  
 זה שנכנסו כמה פעמים לא משפיע על סב' היעדר

הוכחה

$$\begin{aligned}
 P(X > a+x | X > a) &= \frac{P(X > a+x, X > a)}{P(X > a)} = \\
 &= \frac{P(X > a+x)}{P(X > a)} = \frac{q^{a+x}}{q^a} = q^x = P(X > x)
 \end{aligned}$$

התפלגות בינומית שלילית

$X \sim NB(h, p)$  (בינומית שלילית עם פרמטרים  $h, p$ )  
 אם  $X$  סופר את מספר הפס'ולות עד קדחת  
 $h$  הבלגיות קסריה של נס'ולות קת שלם אחר

מהם  $p$  הסתברות  $p$ .

הפיק המ'נ'מ'ם ש'כלם להתקרא בטל  $h$ . יפול  
 להתקרא כל עיק טרזי לבול או שיהיה  $h$ .

$$P(X=k) = \binom{k-1}{h-1} \cdot p^h \cdot (1-p)^{k-h} \quad \text{מתק"פ}$$

פסוק  
 כל שיהיה  $h-1$  תב'ה קלל  $h-k$  ז'כ'ק  
 שפ'ק  $h-k$  יפ'ו  $h$  ה'ל'ח'ג  $h-k$  כ'ל'ול'ג.  
 ארם הנ'פ'ו  $h-k$  ח'י'ק ל'פ'ו ה'ל'ח'ה, כ' א'ח'ת  
 $h$  ה'ל'ח'ג פ'ו מ'ש'ג' כ'ר ק'כ'ס. ז'כ'ק ל'ד'אר  
 א'ג ה'מ'ק'ול'ת ל'  $h-1$  ה'ה'ל'ח'ג ה'ק'צ'מ'ול'ת

כמה דגימה של  $n-1$  מקומות דוגם למוקדם למוקדם  $k - a$   
 בלא מתיאמה.

שאלה  
 מהו  $P(X \geq 100)$  ?  $X \sim NB(2, \frac{1}{6})$

בתרון  
 המסתובלות של  $(X \geq 100)$  בלא זכינו שתי הצלחות  
 7 הנסיונות הראשונים, זאת אומרת שקודמו  
 0 או 1 הצלחות. הפס'נו לבק פטל

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{99} + \binom{99}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{98}$$

$\downarrow$   
 (99 כשאלות)      (הצלחה)      (98 כשאלות)  
 (דגימת מוקדם) (ההצלחה)

שאלה  
 נתון כי יש  $a$  כוכבים בחוליה ו  $b$  כוכבים ירוקים.  
 מוציאים כוכבים ללא החזרה עד קבלת פירוק היטלון.  
 איך מתפלג מספר הכוכבים שטלון ?

בתרון

$$P(X=x) = \frac{\binom{a}{x-1}}{\binom{a+b}{x-1}} \cdot \frac{b}{(a+b)-(x-1)} \quad ; 1 < x \leq a+1$$

צבא תבלי'ק 13 טל'ג. דאָס פּראָטאָן  $x-1$  פּאָלינאָם  
 פּאָלינאָם דער כּוואַדראַט פּאָלינאָם, אָבן יז  $\binom{a}{x-1}$  אָפּטוואַרן.  
 אַתּאָם דאָ  $\binom{a+b}{x-1}$  פּאָלינאָם אַדדירט  $x-1$  פּאָלינאָם  
 אַתּאָם  $a+b$  כּוואַדראַט, דאָס פּאַר שפּאַט פּאָלינאָם פּאָלינאָם  $x-1$ ,  
 ציב'יק אַקטוואַל צו ירוק, דאָס צו יז  $(a+b)-(x-1)$   
 כּוואַדראַט דעם שפּאַט  $b$  כּוואַדראַט דעם ירוק'ס,  
 15 צוואַר אַנטפּרעקט נאָך אַינעם אַינעם אַלס אַלס  
 אַנטפּרעקט אַתּאָרן.

קירור משתנים HG עם-יצי' משתנים קצומים

קירור כזה בטל אלפסי' בק אלפזמים עקור משתנים

HG מסוימים

$$X \sim HG(3, 1000, 2000)$$

טענה השטנה מקרא כל עיק דהסתרות צומה ארומתרות  
 משתנה  $Y \sim \text{Bin}(3, \frac{1}{2})$  מקרא.

הסדר השטנה X ספר אלת מספר פככוכים פככוכים

פמתקראים ד 3 פככוכות מתק 1000 ככוכים

ככוכים 1000 ככוכים אחרים, אמנק עם-בי

פככוכות השטנה ה HG פככוכות מלוציות אלא

החברה, אלת מביון שמספר פככוכות בטל קטן

ודככ יש פככוכות ככוכים מכא סוז, סוז כל מה

שקא דככוכות קוצמות אלא משפיוז קמזנה ככה

עם פככוכים.



$b \geq a$  וְהַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית  $X \sim \text{Bin}(n; a, b)$  מִתְחַלֵּט  
 .  $\text{Bin}(n, \frac{a}{a+b})$  וְהַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי

$$P(X=k) = \frac{\binom{a}{k} \binom{b}{n-k}}{\binom{a+b}{n}} = \frac{\frac{a!}{k!(a-k)!} \cdot \frac{b!}{(b-(n-k))!(n-k)!}}{\frac{(a+b)!}{n!(a+b-n)!}}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \left[ \frac{\frac{a!}{(a-k)!} \cdot \frac{b!}{(b-(n-k))!}}{\frac{(a+b)!}{(a+b-n)!}} \right]$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{a^k \cdot b^{n-k}}{(a+b)^n}$$

$$= \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{a}{a+b}\right)^k \cdot \left(\frac{b}{a+b}\right)^{n-k}$$

הַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי  
 וְהַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי  
 הַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי  
 הַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי  
 הַיִּסְטֵרִיָּה הַיְּמִינִית הַזֶּה הֵיאֵה פִּיבִּינִימָלִי

קירוב בטלסוני להתפלגות ג'ומ'ית, התפלגות בטלסונית

נעזוב דהתפלגו'ית ג'ומ'ית כאשר  $n$  בטל ע'סם,

$p$  בטל קטן!  $\lambda = np$  כאשר  $n$  בטל ק'זע.

$$P(X=0) = (1-p)^n = \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx e^{-\lambda}$$

$$P(X=1) = \binom{n}{1} \cdot p (1-p)^{n-1} \approx np (1-p)^n = \\ \approx \lambda \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx \lambda \cdot e^{-\lambda}$$

$$P(X=2) = \binom{n}{2} \cdot p^2 (1-p)^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2} \cdot p^2 (1-p)^{n-2} \\ \approx \frac{\lambda^2}{2} \cdot p (1-p)^n = \frac{(np)^2}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \approx \frac{\lambda^2}{2} \cdot e^{-\lambda}$$

טענה  
דנ'תנ'ים אלה ב'וק'ית בהסתרות של  $X$  בטל ק'ירז

$$P(X=k) \approx e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

פסול'יות א'יות א'זוכ'ים קטנ'ים  $0, 1, 2$ . נס'ה ז'את

ג'א'ז'וק'יה.

$$\frac{P(X=k+1)}{P(X=k)} = \frac{\binom{n}{k+1} \cdot p^{k+1} (1-p)^{n-k-1}}{\binom{n}{k} \cdot p^k (1-p)^{n-k}} =$$

$$= \frac{\frac{n!}{(k+1)! (n-k-1)!}}{\frac{n!}{k! (n-k)!}} \cdot \frac{p}{1-p} \approx \frac{n-k}{k+1} \cdot p \approx \frac{np}{k+1}$$

$$\approx \frac{\lambda}{k+1}$$

לפי פ'ת'ים האלה והתוצאות שקיבלנו לערכי א קטנים

נוכל לקרוא שמתק"ם  $P(X=k) \approx e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$

ההתפלגות הפוק"מית  $P(X=k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$  פה

ההתפלגות הפוסאונג' עם פרמטר  $\lambda$ .

נאמר  $e$  (הקס"א).

התפלגות זאת סופרת את מספר הפיג'ות קמבר

הן של נסיונות ק"ת שכלם אינם מרמזים 'ס'ב'.

ס אפ'יג'ורה, סלר  $k$  פה קטן |  $k=0$ .

צולטל  
דפדפה משתתפים סכום א'ס, א'ס א'ת' מרמז

' $e$  הסתברות הפ'ג'ורה של  $\frac{1}{1000}$  באופן ק"ת בא'ת'ם.

מספר הפ'ג'ות'ים מתפלג  $\text{Bin}(2000, \frac{1}{1000})$ .

מספר הפ'ג'ות'ים של מתפלג קק'רוא  $\text{Pois}(2000 \cdot \frac{1}{1000})$

עצ'  $P(2)$ , הפ'ג'ות'ים א'פ'ו' דצ'וק א'ל'פ'ה

מנצ'ות'ים פה קק'רוא  $e^{-2} \cdot \frac{2^2}{2!}$ .

סוגיה  
נסתכל על משתנים מקבילים  $\text{Bin}(2n, \frac{1}{2})$  עבור  $n$  זכוכים.

מפני בערך הפכיא של משתנים אלה? זאת אומרת, מפני

בערך שמתקדם דהסתרות פונקציה קוטר?

נראה שבערך פלר בטל  $n$ .

$$P(X=k) = \binom{2n}{k} \cdot 0.5^k \cdot 0.5^{2n-k} = \binom{2n}{k} \cdot 0.5^{2n}$$

נחפש את בערך שלילי למכסומם את  $\binom{2n}{k}$ .

נמאן  $a_k$  את  $\binom{2n}{k}$ .

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{\binom{2n}{k+1}}{\binom{2n}{k}} = \frac{\frac{(2n)!}{(k+1)!(2n-k-1)!}}{\frac{(2n)!}{k!(2n-k)!}} = \frac{2n-k}{k+1}$$

קיטוי לרז זכוכים  $n$  ו  $1$  עבור  $k < n$  וקטן  $n$  ו  $1$  עבור  $k > n$ .

אכן בערך פונקציה מתקדם עבור  $k=n$ .

עכשיו נראה את הפלר אמה שאלת דהסתרות לקום את בערך  $n$  שפול בערך הפכיא. נראה שפול שאלת אפס!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{2n}{n} \cdot 0.5^{2n} = 0$$

המור  
נתיים גנומת סטרייט שלפיה  $n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n$

זאת אומרת בק"מ'ים קקוים ח'ול'ים  $C_1, C_2$  כן

על ידי כפי הנראה מתקיים

$$C_1 \cdot \left(\frac{h}{e}\right)^h \cdot \sqrt{2\pi h} \leq h! \leq C_2 \cdot \left(\frac{h}{e}\right)^h \cdot \sqrt{2\pi h}$$

$$\begin{aligned} \binom{2n}{n} \cdot 0.5^{2n} &= \frac{(2n)!}{n! \cdot n!} \cdot 0.5^{2n} \approx \\ &\approx \frac{\left(\frac{2n}{e}\right)^{2n} \cdot \sqrt{2\pi \cdot 2n}}{\left(\frac{n}{e}\right)^n \cdot \sqrt{2\pi n}} \cdot 0.5^{2n} = \\ &= \frac{2^{2n} \sqrt{4\pi n}}{2 \sqrt{2\pi n}} \cdot 0.5^{2n} = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \end{aligned}$$

כאילו שהתפלגות  $\text{Bin}(2n, 0.5)$  על ידי צפייה לנבדלים, הפעמים הפסדויות ביותר מתקבלים דפוסיות שלבית פרופורציה.

על ידי

סוגיה

לא ניתן לממש משתנה אינדיקטורי דרך הסתברות  $\frac{1}{3}$   
דאמנציה סבירה, האם זה לא מותר פה, כלומר אולי  
בכורה ניתן ממש.

הסבר

סברה א' היא האם יוצרת מחדק מקנים א'  $h$  קבוצה אולי  
הסתברות. האם א' קבוצה מאסה יש הסתברות  $\frac{k}{h}$ .  
לא מתקיים עבור א' א'  $\frac{k}{h} = \frac{1}{3}$ .

טענה

ניתן ליצור משתנה אינדיקטורי דרך הסתברות  $\frac{1}{3}$  דאמנציה  
סבירה, האם זה לא מותר פה, כלומר הסברה  
לא יבוא ממש.

הסבר

דנים על נדון 3 האם יש ייצוג של א' א' א' א'  
האם זה אפשרי (דף של א' א' א' א' הסתברות  
 $1 - \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} = \frac{3}{4}$ ). נגזר ההלואן שנה יקרה, ההסתברות  
שההלואן ההלואן שונה מהאחרות פה  $\frac{1}{3}$  (אם כן לא  
צבא א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א'  
ע' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א'  
הוא האם.

פירוק

האם יוצר שתיים א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א'  
דרך הסתברות א' א' א' א' א' א' א' א' א' א' א'.

טענה

ניתן לממש משתנה קיטע' דרך פרימטור  $q = \frac{1}{3}$  דאמנציה  
סבירה, האם זה לא מותר פה.

משתנה ק'נמ' פט/ סכום & אינצ'ק'ויה"ה ק"י, א"ה כ"ה  
א"ח זח' אינצ'ק'ויה"ה סמנ' האמצ'ות ה'ה'ק' א"ה א"ה.