

מספר

1

מספר

מקבלים 5 פלטות ד"ר של קוקיה תק"ב.
 'פ' X_3 - מסר הפצמים שקלם תוצאת 3.
 'פ' X_6 - מסר הפצמים שקלם תוצאת 6.
 מהו $Cov(X_3, X_6)$?

פתרון דרך טאורם

'פ' X_1 - מסר הפצמים שקלם תוצאה 1.
 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 5$ מתקיים
 (כל קבץ פלטות מקבלים תוצאה אחת).

$$X_1 + X_2 + X_4 + X_5 + X_6 = 5 - X_3$$

$$Cov(X_3, \sum_{i=1}^6 X_i) = 0 \quad \text{מתקיים}$$

(כל קבץ פלטות שולח משתנה 1 של אותה משתנה של מספרם עם כל קבוצה)

$$Cov(X_3, 5 - X_3) = Cov(X_3, 5) - Cov(X_3, X_3) = 0 - Cov(X_3, X_3) = -V(X_3)$$

$$Cov(X_3, 5 - X_3) = Cov(X_3, X_1) + Cov(X_3, X_2) + Cov(X_3, X_4) + Cov(X_3, X_5) + Cov(X_3, X_6) = 5 \cdot Cov(X_3, X_6)$$

$$Cov(X_3, X_6) = -\frac{1}{5} V(X_3) = -\frac{1}{5} \cdot 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \quad \text{כך}$$

$$= -\frac{5}{36}$$

1

בתרון דצוק ע'ב

$$X_3 \sim \text{Bin}\left(5, \frac{1}{6}\right), \quad X_6 \sim \text{Bin}\left(5, \frac{1}{6}\right)$$

$$X_3 + X_6 \sim \text{Bin}\left(5, \frac{2}{6}\right)$$

$$V(X_3) = V(X_6) = 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

$$V(X_3 + X_6) = 5 \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{40}{36}$$

$$V(X_3 + X_6) = V(X_3) + V(X_6) + 2 \cdot \text{Cov}(X_3, X_6)$$

$$\text{Cov}(X_3, X_6) = \frac{\frac{40}{36} - \frac{25}{36} - \frac{25}{36}}{2} = -\frac{5}{36} \text{ אפ}$$

בתרון דצוק ע'ב

X_3 - פול סכום של 5 אינדיקטורים של אחד מהם
מבליע על קלע פתוחה 3 דבטלס מולות
 X_6 - פול סכום של 5 אינדיקטורים של אחד מהם
מבליע על קלע פתוחה 6 דבטלס מולות

$$X_3 = \sum_{i=1}^5 X_{3,i}, \quad X_6 = \sum_{j=1}^5 X_{6,j}$$

$$\text{Cov}(X_3, X_6) = \text{Cov}\left(\sum_{i=1}^5 X_{3,i}, \sum_{j=1}^5 X_{6,j}\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \text{Cov}(X_{3,i}, X_{6,j})$$

אלק עזר כל $i \neq j$: $X_{3,i}$ ג'ת ד $X_{6,j}$ כל מוצר
דבטלס מולות. אפ דבטלס מולות
 $\sum_{i=1}^5 \text{Cov}(X_{3,i}, X_{6,i})$

משיקלים סטטיים זה שווה ל $5 \text{Cov}(X_{3,1}, X_{6,1})$.

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_{3,1}, X_{6,1}) &= \text{כאשר} \\ &= E(X_{3,1} \cdot X_{6,1}) - E(X_{3,1}) \cdot E(X_{6,1}) = 0 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\ &= -\frac{1}{36} \end{aligned}$$

(אם) יתכן שיש $X_{3,1}$ ויש $X_{6,1}$ יפ'ו ביניהם, אם כן

מכפלתם תהיה שווה לאפס.

$$\text{Cov}(X_3, X_6) = -\frac{5}{36} \quad \text{אם}$$