

שאלה

1

הסתברות מותנה, כלל השלישי, והסתברות שאלה
ואי תלמוד

הסתברות קודם תקינה, ההסתברות שקדחת תוצאה
זאת היא $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. אולם נניח שאומרים לנו

שהתוצאה זכורה מצ. מפ' בעת ההסתברות

שקדחת תוצאה זכורה? אנו בעת נמצאים דעושים

שלו התוצאות האפשריות הן 4, 5, 6. דעושים זה

המכ"ו לתוצאה זכורה הוא $\frac{2}{3}$. כזו שקרא את

ההסתברות לתוצאה זכורה דעושים זה, אנו מחלקים

את ההסתברות לכן שאנו דעושים זה והתוצאה

זכורה בהסתברות של דעושים זה. מתקבלת

$$\frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$

לצד טאון כללי את ההסתברות של טאון B

דבריתן טאון A :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

זו היא ההסתברות המותנה של B דבריתן A.

אלה

אפשרה יש שני ילדים, אם ילד בטל קן דמיוני אב.

א. מהי ההסתברות לבק שני ילדים הם זנים

דפנית? הסתכון בטל קן?

ב. מהי ההסתברות לבק ששני ילדים דפנית

יש אהלת קן אחר?

ביתרון

א. יב' A - האלואז הסתכון בטל קן.
 יב' B - האלואז ששני ילדים

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

התוצאה היא סדורה, כי אם יבוא שיהלון בטל

קן אם יש לבק כב' ששני יב' קנא בטל

ששני יב' קן.

ב. יב' A - האלואז יש אהלת קן אחר.
 יב' B - האלואז ששני ילדים

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

הסתירה > ההסתברות לעולם של (קנא, קנא), (קנא, קנא)

הסתירה היא אלא ק"ם האלואז A בטל (קנא, קנא).

כלל השסת

פלטנו הסתברות מותנה ב
 עכשיו נצטרך שיש להסתברות מותנה ולקדם
 את כלל השסת לפני מורחג:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

כדי שיתחיל שני פתאומות זכ"ק A והתחש
 ואם דעוים לא A התחש זכ"ק B והתחש.

דוגמא

אני גורר דס"ב שווה ק"ן מטוץ וקוליה ומט"א את
 החדש הנגור פעם אחת, מפי ההסתברות
 שאקום את התוצאה 5?

פתרון

כדי לקום את התוצאה 5, זכ"ק אדור
 קוליה, ודפ'נתן שקוליה נדורה זכ"ק לקום
 5. A - דחירת קוליה B קשת 5.

כאן מקום $P(B)$ שווה ל $P(A \cap B)$.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

א/ת בלם השתתט עם עכחזק ע'ותר טאורעז.

$$P(A \cap B \cap C) = P((A \cap B) \cap C) = P(A \cap B) \cdot P(C | A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) \cdot P(C | A \cap B)$$

קרענו א/ת בלם השתתט עכעז טאורעז.

דוהסדר השתמשו דבלם השתתט עכעז טאורעז עכעז.

דעם עכעז השתמשו דו עזר עכעז השתתט.

$A \cap B$ | C ודעם השנה עזר עכעז השתתט.

A | B

קרא א/ת בלם השתתט עכעז
טאורעז:

$$P(\bigcap_{i=1}^n A_i) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1 \cap A_2) \cdot P(A_4 | A_1 \cap A_2 \cap A_3) \dots$$

צומת/ם שונים לכלל השתתף

מפ' ההסתברות של אחד מאירועי קני' משתנה
 נוסף ג'ום אחר שנה.

בתרון

עצ'ר A_i - פה'ט פ' ו' נוסף ג'ום אחר מל'ם
 קונ'מ'ו, מ'ק'ה'ם

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$$

מתק'ים

$$P(A_1) = 1$$

$$P(A_2 | A_1) = \frac{364}{365}$$

$$P(A_3 | A_1 \cap A_2) = \frac{363}{365} \quad (\text{כ' נשארו 363 'מ'ם נט'ים})$$

$$P(A_4 | A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{362}{365}$$

ל'ם כלל השתתף נק'ם

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 1 \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365}$$

יכולנו לכתור את הפל'ם הפנ'את דה'ת'ר'ם

$$|U| = 365^4 \quad \text{ל' חומר קונ'ם:}$$

$$|A| = \binom{365}{4} \cdot 4! = 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362$$

(ה'ות'ים u 'מ'ם ומח'מ'ק'ים א'ות'ם ק'ין א'ירוע'ת קני' השתתף)

$$P = \frac{|A|}{|U|}$$

הסתברות שלמה

סוג'ה נתונים מטעם פוזן וקוליה יתק'נה עם שני
 צדדיו של המטעם השמים 0 או 1 ועם צדדי
 הקוליה השמים 1, 2, 3, 4, 5, 6

אני קורא קטע $\frac{1}{3}$ דמטעם וקטע $\frac{2}{3}$ דקוליה.
 את התק'ם פ'ה'ז שנגזר אני מטעם בעם אלת.
 מה' ה'הסתברות שאקרה את התוצאה 1?

פתרון

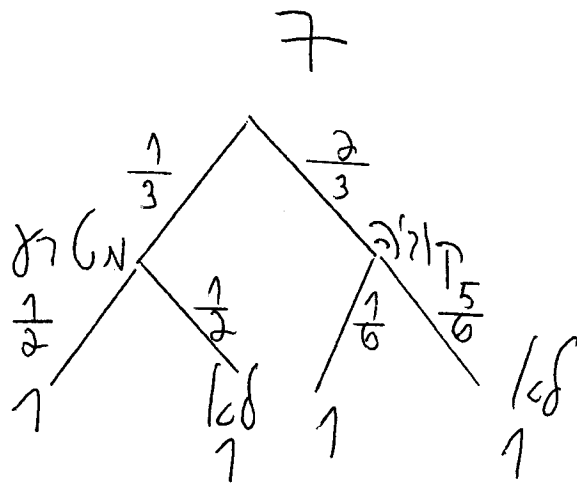
'ה' A - קורא דמטעם, A^c - קורא דקוליה.

'ה' B - קולות תוצאה 1.

מתק"ם

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = \\ &= P(A) \cdot P(B|A) + P(A^c) \cdot P(B|A^c) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} \end{aligned}$$

שקלט את הס'בי לקרה תוצאה 1 דש'ם המתק'ם
 הצ'ים. למשה השתמש ב'ן דעם



האופן כמעט עקרון בהסתברות הפשוטה אומר

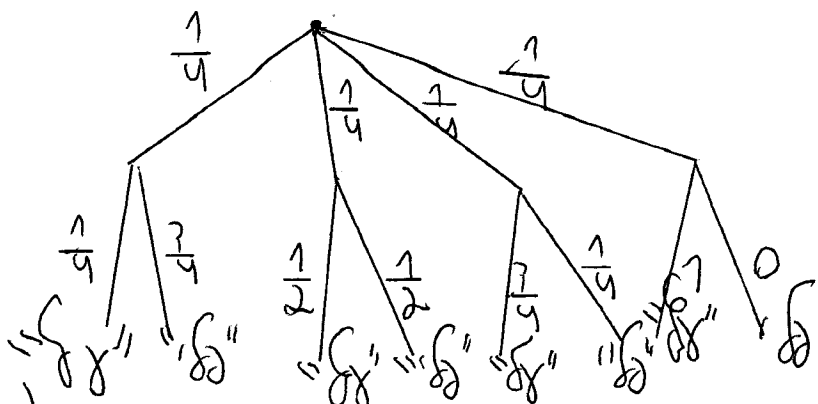
$$P(B) = \sum_i P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

הוא $\{A_i\}$ הם האירועים זכים שאינם פטול.

דוגמה

נתונים 4 מטות. המלון טבל על "ע" דמ"כ" $\frac{1}{4}$, הפני דמ"כ" $\frac{1}{2}$, הפל"ש דמ"כ" $\frac{3}{4}$ והמ"ע דמ"כ" 1. דוחים דאקט"ל דמ"כ" שזה טחז מרים וטו"ס"מ אולט בע"א אחת מה הי"כ" שנקט "ע" ?

פתרון



$$P(\text{"ע"}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1$$

טבלת המשק

נניח שקלטים מוציאה "עם". מה הסכום שהטלנו
את המטרה ההטלון?

פתרון

נחשב הסתברות מותנה $P(A_1|B)$ מתק"ם

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_1) \cdot P(B|A_1)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1} = \frac{1}{10}$$

קלטים שההסתברות למטרה ההטלון נמוכה
מההסתברות במקרים שביניהם או שביניהם $\frac{1}{4}$.
בסדרה לבק פטל שמוצאת "עם" מוסרת טלוד
יותר עם יציאת מטלוד אחרים, לבק כצד טלוד
שקלטים "עם" סדר יותר שזדמנו למטרה אחר.

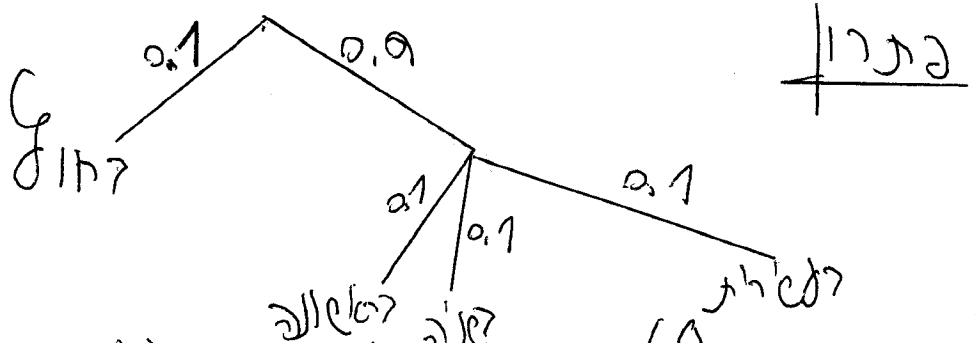
אנחנו דבונטנו כל הפתעט קלטים קיים טלוד

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

נניח אפיתעט קלטים קיים טלוד פוטלוד A
פטלוד פוקודם B פוטלוד פוטלוד טלוד.

סוג'ב

ישנו ארון שבו 10 מחרוזות. קס'בו' 9, 8 שמי'ם את
 הפט'ר'ן כ'את מ'צ'ית המ'חרוז ש'נ'צ'ית קס'בו' ש'אלה.
 קס'בו' 0.1 שמי'ם את הפט'ר'ן מ'ח'ום ל'אר'ון.
 נ'ת'ד ש'פ'ט'ר'ן ל'ס' נ'מ'ס'ל' 7 9 ב'מ'ז'ר'ות ה'ט'ל'פ'ו'ט'ה,
 מ'פ'ו' כ'ת' ה'ס'מ' ש'פ'ט'ל' ר'צ'ו'ר'ית ?



$$\begin{aligned}
 P(\text{הטלפ'ו'ט'ה} | \text{ק'ט'ל'פ'ו'ט'ה}) &= \frac{P(\text{הטלפ'ו'ט'ה} \cap \text{ק'ט'ל'פ'ו'ט'ה})}{P(\text{ק'ט'ל'פ'ו'ט'ה})} = \\
 &= \frac{P(\text{ר'צ'ו'ר'ית})}{P(\text{ק'ט'ל'פ'ו'ט'ה})} = \frac{0.9 \cdot 0.1}{1 - 0.9 \cdot 0.9} = \frac{0.9 \cdot 0.1}{0.1 \cdot 1 + 0.9 \cdot 0.1} \\
 &= \frac{9}{19}
 \end{aligned}$$

א'מ'צ'ה א'ם ב'ט'ל' ל'ס' 9 ה'ט'ל'פ'ו'ט'ה א'ת ב'ט'ל'ה
 ש'ת' א'פ'ס'ר'ו'ר'ית : א'ל'ו' ש'פ'ט'ל' ק'ח'ו'ם' א'ל'ו' ש'פ'ט'ל' ר'צ'ו'ר'ית

א' תלות קבוצות וא' תלות ככל'ת

תכונות: עבור מליח A קדם הסתברות ח'קית

אם מנצ'ים את ההסתברות הנותנה ל B

קב'תן A עכ' $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

פלגרה: זל מליח A, B נקס'ים ק'ת (לע'ת)

תל'ים"ם" א'סם $P(B|A) = P(B)$.

המשמעות האוטט'ט'ית עכ' כ'ל ש'ת'ת'ל'ת ל
המליח A ע'ל מש'ע'ה ע'ל ס'כ'ן" ה'ת'ת'ל'ת ל

המליח B .

קריטריון א' תלות:

זל מליח A, B הם ק'ת א'ס'ם מתק"ם

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

הסדר

עכ' פלגרת הסתברות מ'ת'ת'ת מתק"ם

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) \quad (\text{זבו גם כלל השט'ת ע'ש' מליח'ת})$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad \text{א'ס'ם } P(A) > 0 \text{ מתק"ם}$$

$$P(B|A) = P(B) \quad \text{א'ס'ם}$$

או תמסות כאלס'ת

אמרתו שכל מאלועות A, B הם דת "אס" התחלת
 A על משפיעה על "ס" ב אהרית.

יש מל'ים שדחם התחלת של מאלוע קוצ
 על משפיעה על "ס" התחלת של מאלוע
 אחר, ארם התחלת של ציהום של מאלועות
 כן משפיעה על "ס" ההתחלת של מאלוע
 אחר.

הצורה

ק חוצת מאלועות $\{A\}$ נקטת דת האוק כלל
 אם כל התחלת של תת קחלה של מאלועות
 על משפיעה על "ס" ההתחלת של אס
 תת קחלה אחת צרה אה של מאלועות.

כאן יש צריעה שמורכבת ממספר צריעות. צריק
 ארציק אם קימת תת קחלה של מאלועות
 משפיעה על ההתחלת של תת קחלה אחת.
 על מסביק ארציק אדור תת קחלות מסוימות

ימי A-פגאווה ש'ם הוואסנת של יום וזנה פטל סאולט
 תאכ'ק זשנה, ימי B-פגאווה ש'ם הוואסנת של
 יום ורוצי פטל סאולט יום זשנה, ימי C-פגאווה
 ש'ם הוואסנת של זנה ורוצי פטל סאולט יום זשנה,
 נרצוק אם הפגאווהות A, B, C הם ד"ת קטנות
 ואם הם ד"ת כסל'ת,

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{365}{365^2} = \frac{1}{365} \quad \text{מתק"ם}$$

(אזלי כל שנים מרחק פמזם פטל גאוז)

365.365 אפשרויות לז'רוכים של ימי הוואסנת,

מתכבם ? 365 נקודות ימי הוואסנת זב'ים:

שנהם ? 1.1, שנהם ? 2.1, שנהם ? 3.1

ובק האלה. פסגר אחר פטל שזב'נתן כל תאריך

יום הוואסנת של ההלסון, הפטי זב'ק "אזאר" סאולט

(תאכ'ק)

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = \frac{365}{365^3} = \frac{1}{365^2} \quad \text{מתק"ם}$$

(ההסגר כאן פטל צומה הלסר גאוז מרחק פמזם)

במילים אחרות 'א' בהולדת של האלופה בטל 365^3 ,
 ואלופתם זכ"כ"ם אדואר האוט יום הולדת.
 ההסדר בטל של שפני והלפי זכ"כ"ם "אדואר"
 האוט יום הולדת כמו האוט.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{365^2} = P(A) \cdot P(B) \quad \text{מתק"ם}$$

ואם האופיות הם ק"ת דגאות (השק"א אדרי
 כל של האופיות בטל אולי שק"א).
 מה קורה אדרי או תא"ת כללית?

האופיות א בטל כמק"א א"א וז"א (מתק"ם $P(C) = \frac{1}{365}$).
 אדרי קב"נתן זכ"כ"ם האופיות אדרי בטל
 כן וז"א, אם אופ"א ואזנה יש יום הולדת האופיות
 תא"ק וגם אופ"א ואז"א יש יום הולדת האופיות
 תא"ק א"א בז"א אדרי ואז"א יש יום הולדת
 האופיות תא"ק. $P(C|A \cap B) = 1 \neq \frac{1}{365} = P(C)$.

נתונים של מטרוזות, פולין גורם אל "ע"ל"ה
 הלאה קמ'ב' 0.5, השני גורם אל "ע"ל"ה
 הלאה קמ'ב' 0.2, נניח אולם התוצאות
 של אולם מטרוזות הן ד"ת, קואה'ם באקס'ל'

קמ'ב' אלה באחד מקיין במטרות ומרצ'ים בו סברה
 של הלאה (הק דמטרות שגור דת'ים).

א. האם תצפו שתוצאות ההלאה השנה וע'ה
 ד"ת תה'ה דת'ים ההלאה השלש?

ב. מ'ה ההסתברות שתוצאות ההלאה השלש
 בשל "ע"ל"ה ?

ג. מ'ה ההסתברות שהלאה השלשית יתקח "ע"ל"
 אם דת' הלאה השלשית התקחו ע'ים ?

ד. כמה שאלה דק'ה ההסתברות שהלאה ה' 101
 יתקח "ע"ל"ה דה'נתן עד 100 ההלאה השלשית
 אם התקחו אל "ע"ל"ה ?

פתרון

א. אף נרבה שהמזלוג יהיו ק"ת. אם דהטעה
 הסלוב התקלה "ע"ט" צב מזכיל את הס"ב'
 שדחיו למטרע הסלוב (המטרע הסלוב מסדר
 יותר טוד קקלת "ע"ט) אכן כצת הס"ב' שחלוצ
 הס"ב' יתן "ע"ט" הטל גצום יותר מהס"ב' התקלה.
 ד. א"ב הסתברות שלמה הס"ב' הטל

$$0.5 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.2 = 0.35$$

ד. פתרון דריק סלוב

A - המלוצ שדח' ההטעה הסלובת התקלה
 "ע"ט"
 B - המלוצ שדח' ההטעה הסלובת התקלה
 "ע"ט"

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.5 \cdot 0.5^3 + 0.5 \cdot 0.2^3}{0.5 \cdot 0.5^2 + 0.5 \cdot 0.2^2}$$

(משמעותי בהיתק פ"א שחלוצ פנודר
 התקלה שלם ומזלוג "ע"ט".)

פתרון דצוק שנה

דחיליה ביה סיב' 0.5 אבא אחז מהטראות.

'ה' D-המאונח שרתיט דמטח הסלון.

מתקיים $P(D) = 0.5$ וכל עב מתרסם פתרון סעיף

ה'. אלה תנולות שית' ההטראות הסלונות

נתט אט אינזיקציה אע צבות המטרא.

כשנגמ'ם אהארה הא'שית אלאר קרחת שית'

היתולות הסלונות, פסיב'ים שמצורה דא אחז

מהמטראות כדך אינ'ם שול'ם,

$$P(D/A) = \frac{0.5 \cdot 0.5^2}{0.5 \cdot 0.5^2 + 0.5 \cdot 0.2^2} > 0.5$$

(צבו ח'שק א הסתרתיות מותנה שדמלנה

מוב'ע דח'רת המטח הסלון וקרחת שני

"עצ'ים" גוף).

כעת בהסתרתיות א"ע"ם דהארה הא'שית

$$P(D/A) \cdot 0.5 + P(D^c/A) \cdot 0.2$$

מקרא'ם אב אול' ג'ט'ו כמ' דצוק הסלונה.

3. א/א התקראו סמוך בעצמים דהיינו "פלו" א/א

ההסתברות המוחלטת של שבזמן למטרות הסלון

$$\frac{0.5 \cdot (1-0.5)^{100}}{0.5(1-0.5)^{100} + 0.5(1-0.2)^{100}}$$

היטו זה פטל ח'א'י, אלה פטל קטן מאוזן
(0.8^{100} גבוה דהיינו מ 0.5^{100}).

לכן במצב דוקטור מנורה למטרות השני
(שם דו קשה לקרוא ציורם כשהוא אלה

הרבה יותר סלר שנה פטל מאשר למטרות

ההטלון. לכן מכיון שפי הנראה שבו
המטרות השני א/א הס'כו' לקראת "על" דהיינו

הכאה פטל דק'רוד 0.2 (אל דצ'וק 0.2 ,

כי עציין יתכן שמורה למטרות ההטלון).

הצורה

יכולנו גם לתעד א/א הס'כו' דצורה יותר יקשה

כמו דצ'יק ההטלון של סעו' ג' :

$$\frac{0.2 \cdot 0.5 + 0.5(1-0.2)^{100}}{0.5(1-0.5)^{100} + 0.5(1-0.2)^{100}}$$

סוג 10

מקצתם 3 האלמנטים "ג" של מטרה שניה של "ג" "ע"
 קט"ב" ק, 'פ' A - פמאויז שטצ'ות ההטלה
 הפאונה שנה מטצ'ות ההטלה הפנה.
 'פ' B - פמאויז שטצ'ות ההטלה הפנה
 שנה מטצ'ות ההטלה הפנה.
 עגור אילו ערבי ק פמאויזת A ! B
 הם "ג" ?

פתרון

$$P(A) = P(B) = p(1-p) + (1-p) \cdot p =$$

מתקיים

$$= 2p(1-p)$$

$$P(A \cap B) = p(1-p)p + (1-p) \cdot p(1-p) =$$

$$= p(1-p)[p + (1-p)] = p(1-p)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

מתקיים

ס=ק או ק=1 או ק=0.5, אחרת לא

מתקיים שיוון והפמאויזת הם תלויים.

החישוב אלא כ"ה מסודק. אלא מענין אטאות
 מה'בן נודעת התאמת שק"מת עלוי ע"כ' ק
 שונת, צב יותר מסודק אלא שווה אנסות אהד"ן.
 ההטאה השנה פ"ט "ע"ס" דס"ב' ק ואכן
 כ"ה שהשלישית תב"ה שווה ממנה אלא
 אפ"ה "כ"א" דמקרה שהסתדיות פ"ט ק
 ואפ"ה אפ"ה "ע"ס" דמקרה שהסתדיות
 ק-1, אלא א"ס יוצא שט"איות ש"ה ההטאות
 ההטאות פ"ן שונות א"כ ה"ס"ב' המותנה
 א' השנה אפ"ה "ע"ס" פ"ט 0.5 (דב"ק
 כמו א' ההטאות, י' ט"אן ס'מט"ה). אכן
 דמקרה שהסתדיות 0.5 אפ"ה אפ"ה "כ"א"
 ומקרה שהסתדיות 0.5 אפ"ה אפ"ה "ע"ס"
 מתקיים $0.5(1-p) + 0.5 \cdot p \neq p(1-p) + (1-p) \cdot p$

סוג'ו

מקצ'ים ח הטל'ות ק"ג א מט'ות פ'אן.
 מ'ו' פ'הסת'רות א ט'ט'ות פ'ע"ס "א'פ'ע'ן
 ק'ר'ס א'ח'ז'י (מ'ת'ר'ם א'כ'ל פ'הט'ל'ות י'פ'ו "ע"ס"
 ו'ג' א'ל'א י'פ'ו א'ל'ל "ע'צ'ים")

פ'ת'ר'ו'ן

א'ם ט'ט'ות פ'הט'ל'ה פ'הט'ל'ה פ'ט'ל' "ע"ס" א'ל'ל
 מ'ת'ר' א'ל'א י'פ'ו א'ל'ל מ'הפ'כ'ים ק'ר'ט'ק (ט'ת' א'ח'ז'ת
 ש'פ'ת'ל'ה א'ל'ל ת'ת'ל'ל א'ל'ל פ'ע'ם ק'ר'ט'ק)
 ו'מ'ת'ר' ש'פ'ט'ל' ת'ת'ל'ל פ'ע'ם ק'ר'ט'ק, א'ס'ר
 ש'פ'ט'ל' ת'ת'ל'ל י'ו'ת' מ'פ'ע'ם א'ח'ז' כ'י' ע'ב' ו'ד'ט'
 ע'כ'ק ש'פ'ט'ל' י'ו'ת' מ'ש'ל' א'ח'ז' א'ל'ל "ע'צ'ים"
 א'ם ט'ט'ות פ'הט'ל'ה פ'הט'ל'ה פ'ט'ל' "פ'א'ו" א'ל'ל
 מ'ת'ר' א'ל'א י'פ'ו א'ל'ל מ'הפ'כ'ים, מ'ת'ר' ש'פ'ט'
 מ'הפ'ק א'ח'ז' ו'מ'ת'ר' ש'פ'ט'ל' ש'ט' מ'הפ'כ'ים.
 פ'הט'ל'ה פ'הט'ל'ה פ'ט'ל' "ע"ס" ק'ס'ט'ים, א'ל'ל
 פ'הסת'רות א'ל'מ'ה נ'ק'ר'ל ש'הפ'ת'ר'ות פ'ט'ל'

$$0.5 \left[0.5^{h-1} + \binom{h-1}{1} \cdot 0.5 \cdot 0.5^{h-2} \right] +$$

$$+ 0.5 \left[0.5^{h-1} + \binom{h-1}{1} \cdot 0.5 \cdot 0.5^{h-2} + \binom{h-1}{2} \cdot 0.5^2 \cdot 0.5^{h-3} \right]$$

(יש $h-1$ מקומות שדהם יכולים להיות מהצד, דכל אחד מהם הם יכולים להפיק כטל 0.5 באופן דת למקומות האחרים).

שאלה

מקצעים n פטליות ק"ח ל מטרונית, נניח ש/חז
 המטרונית פטל פולן. מה' ההסתברות שמספר
 העצים "י" זג' ?

פתרון

'ה' A - המאוחר שהמטרז הפולן פטל "ע" .
 'ה' B - המאוחר שמספר העצים "ד" ק"ח ההטלות
 פטל א' זג'.

$$P = P(A \cap B) + P(A^c \cap B^c) \quad \text{מקור}$$

מכיון שהטלות פהטלות פן ק"ח א' מתק"ם

$$P = P(A) \cdot P(B) + P(A^c) \cdot P(B^c)$$

מכיון שפמטרז המ'חז פטל פולן א' 0.5
 $P(A) = P(A^c) = 0.5$

$$P = 0.5 \cdot P(B) + 0.5 P(B^c) \quad \text{עכ}$$

מתק"ם

$$0.5 \cdot P(B) + 0.5 P(B^c) = 0.5 \cdot P(B) + 0.5 (1 - P(B)) = 0.5$$

בא'טל'ז'ב' : ק"ח מ'ז' ש'מ'ר ק"ח פהטלות פהטלות
 הפולנת ק"ח א' מס'מ א' זג' א' זג' א' זג'.

סוג'ת פכנה

דכז יש 6 ככזכ'ם כחול'ם, 5 ככזכ'ם ירק'ם
 ו 4 ככז'ם אכזומ'ם. מו'כ'ם ככזכ'ם מפכז עם
 פחזרה. מה' פהסתקרות שפככזר פהסלון
 ס'ינו כחול יפ'ה ירק ?

ג'סה טלסנה

פככזר עקוז מעזנס של ירוק'ם טלכזומ'ם,
 דעזנס זכ יש $5+4$ ככזכ'ם שמתכס 5
 הם ירוק'ם, עכן פהסתקרות פטל $\frac{5}{5+4}$.

ג'סה שנה

פכזם פהסלנה שזכ יתקל ככזר ס'ינו כחול
 יכזל ע'ה'ת דל של. ז'כ'ק שזל של
 זכ יתקלו יק כחול'ם ודלל זכ יתקל ירק.
 אם קוזם פתקל אכזום אלז פמקל פול שפסלון
 ס'ינו כחול ס'ינו ירוק. פה'כו' שזל פמסכז
 פ-ח כולם פ'ו כחול'ם ודלל פ-ח פתקל ירק
 פטל $\left(\frac{6}{6+5+4}\right)^{h-1} \cdot \frac{5}{6+5+4}$

המטלות שנה יקרה קצת ח שנים הם זכ"ס.

לכן ההסתברות המדויקת פה

$$\sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{6}{6+5+4} \right)^{h-1} \cdot \frac{5}{6+5+4} =$$

$$\frac{5}{15} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{6}{15} \right)^{h-1} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5} \right)^{h-1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{5}} =$$

$$= \frac{5}{9}$$

ג'ה שליש

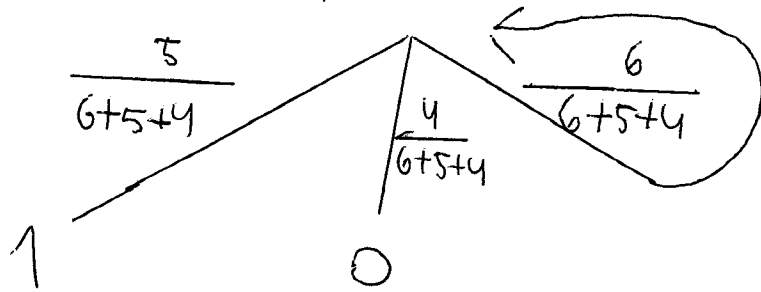
נסתכל על מצבא המשפחה המלאה. גס'כו
 $\frac{5}{6+5+4}$ יתקף כצור ורק וקוצאות המלוץ
 על ורק לפני אבום ותרש. גס'כו $\frac{4}{6+5+4}$
 יתקף כצור אבום ופמלוץ קוצאות על ותרש.
 גס'כו $\frac{6}{6+5+4}$ יצול כצור כחום. פטל יואצר
 לכך ונאצר אמר בהתחלה.

י'ה' a - הס'כו המדויק. מתק"ס

$$a = \frac{5}{6+5+4} \cdot 1 + \frac{4}{6+5+4} \cdot 0 + \frac{6}{6+5+4} \cdot a$$

ניתן למצוא את a.

ניתן אומר את התהליך דאמלצות עם :



קאיכה דענע פ'מנ' (א בחוש) מחזיקה את
פמ'ק אגד'תו.

אומ'

סוג'ב

ק'ים וצונעק מקי'ים צו קרד, דעם אק וטרו אק
אחצ מהם ענסת עבזע, דעם נסי'ן י'ם עק'ים ס'ב'
 $\frac{1}{4}$ עבזע וצונעק ס'ב' $\frac{1}{3}$.

נתון עק'ים מתחיל דסניד, מה ס'ב'ן ענצ'ה.

בתרון האש'ן

בכח'ה אט'ת ק'ים יכועה אה'ת'ת דעם אק

א'ו צא'י, י'ה' א-ס'ב'ן אק ק'ים ענצ'ה,

$$a = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \dots$$

$$a = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \right)^{i-1} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

בתרון שני

א-ס'ב'ן אק ק'ים ענצ'ה

$$a = \frac{1}{4} + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{3} \cdot 0 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot a$$

ונ'תן אח'עם א'ת א.

(או ש'ט' צ'כ' כ'ד' ד'ס'ל'ק ד'ה'ל'ס'ן א'ו ש'ט' א'ל)

צ'כ' ד'ס'ל'ק ד'ה'ל'ס'ן וצונעק צ'כ' ד'ס'ל'ס'ן ד'ה'ל'ס'ן

ואם ק'ם מבס'ז, אלו שט'הם נכ'לים דנס'ולות'הם
 ה'האשונ'ם ו'הס'כ'ו חוצ'ר א'ה'ו'ת בס'כ'ו ש'ה'ה
 ד'הת'ח'לה, כ'י חצ'ר'ט א'מ'ר'ה ה'הת'ח'לה.

שאלה

מ'ה' ה'הסת'ד'רות ש'אל' ת'פ'ה ה'כר'עה ש'וא' ש'אל'?

פתרון

ה'ס'כ'ו א'כ'ב ה'ט'א א'כ'ס.

כ'כ'ו ש'אל' ת'פ'ה ה'כר'עה ד' ס'ס'ו נ'ס'ול'ת, ק'ים
 צ'כ'יק א'ה'כ'ל 50 פ'ע'מ'ים, א'ם צ'ול'ט'ז צ'כ'יק א'ה'כ'ל
 50 פ'ע'מ'ים ה'ס'כ'ו א'כ'ב ה'ט'א $\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \right]^{50}$.

כ'כ'ו ש'אל' ת'פ'ה ה'כר'עה ד' ח'ג' נ'ס'ול'ת, א'ם א'ח'ז
 צ'כ'יק א'ה'כ'ל ח' פ'ע'מ'ים, ה'ס'כ'ו א'כ'ב ה'ט'א
 $\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \right]^H$. כ'כ'ו ש'אל' ת'פ'ה ה'כר'עה

א'ל' פ'ע'מ'ים צ'כ'יק ש'אל' א'ח'ז נ'ה'ם י'כ'ל א'פ'ח'ות
 ח' פ'ע'מ'ים. א'ז'ו'ר'ה כ'ל ס'כ'ה ק"ס ח' כ'כ' ע'
 $\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \right]^H$ א'ל' א'צ'ול'ט' מ' ע'.

אבן היסודי לא גזר משום סיבה. אבן פטל שורה
אבנים.

המאונץ שצולם לא תהיה הכרעה אינו
מאותה ה'ק. יש תמיד כגב. אלה יש לו
הסתברות אבס. בו צומא למאונץ דגם
הסתברות אבס שאינו ה'ק.

פאוי