

משתנה גאומטרי נורמלי

יש למשתנה נורמלי שני פרמטרים μ ו σ^2 .
 מתקיים עבור $-\infty < x < \infty$:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

טאבל בולקציה רצב'בת א המשתנה, פנעם היחידו
 אט ההצורה עכ' בולקציה רצב'בת כ' אין קט'ו
 סגור אבולקציות ההסתברות המט'רת.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

לעסק קקום נה דמקה פט' א משתנים נורמליים.
 נכו משתנה נורמלי סטנדרט' שט'פ'ין ע'ס-א'ו

מתקיים $\sigma^2 = 1$, $\mu = 0$.
 $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ בולקציה ההסתברות

המט'רת קקובה א פט'ל $F_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt$
 טלע'ה שט'פ'ע'ה קהררה טקומות מופ'ע'ים עכ' בולקציה נ

כבולקציה א x .
 $F_X(x) = \Phi(x)$

מסמנים משתנה נורמלי עם ממון $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
 משתנה נורמלי סטנדרטי פשוט $X \sim N(0, 1)$

שאלה
 נתון משתנה $X \sim N(0, 1)$ מכוון
 ? $P(-2 \leq X \leq 5)$

תשובה

$$P(-2 \leq X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq -2) = \Phi(5) - \Phi(-2)$$

הערה
 דבר נקנה x מתקיים $P(X < x) = P(X \leq x)$

כי נקנה בזכות x מתקבלת דהסתברות 0.
 אם נקנה מסוימת מתקבלת דהסתברות חיובית, אך
 בנקודות ההסתברות המצטרות אליה רציפה נקונה זו
 (פשוט קובעת נקונה זו).

באופן כללי מתקיים $\Phi(0) = 0.5$

$$\Phi(-a) = P(X \leq -a) = P(X \geq a) = 1 - \Phi(a)$$

זאת מכיוון שפונקציות בצפיפות פשוט פונקציה זוגית,
 סימטריות סביב 0.

משפט פקדול פארב'

נתונה סדרה של משתנים מקריים ג'יט שוו' התפלגות נורמלית קלה
 תוצאת מ' ואננות ג'ט אז עקור עכ' ה' זכורים

$$\frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

מתפלגת בקירוב נורמלית סטנדרטית.
 זאת אומרת שלם a נחשי מתקיים

$$P\left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \leq a\right) \approx \Phi(a)$$

לכוננים שאלים מה' ההסתברות שהממוצע קטן מאשרו
 קבוצת ב', זאת אומרת מה'

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \leq b\right)$$

אז משפט פקדול פארב' היתשורה עכ' פלא בקירוב

$$\Phi\left(\frac{b - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}\right)$$

זב נודע מכך שהפונקציה $\frac{y - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$ פלא מונטונט

על פי ג'י

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \leq b\right) = P\left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \leq \frac{b - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}\right) \approx$$

$$\approx \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}\right)$$

(משפט פקדול פארב')

3.12.13
 סדרת הטלגרף ג'ט של מטל פוזן.
 מפי קק'יזק בהסתברות של 100 והטלגרף ההולנדי
 אחוז מכליות ה"עם" יפיה קלן מ 3.3 ?

פתרון
 יפ' X_i אינדיקטור "עם" דהלטה ה-1.
 $V(X_i) = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$, $E(X_i) = 0.5$

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100} \leq 0.3\right) \approx \Phi\left(\frac{0.3 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.25}{100}}}\right) = \Phi\left(\frac{-0.2}{0.05}\right) =$$

$$= \Phi(-4) = 1 - \Phi(4) \approx 0$$

אלב
 100 בעמ'ים קואר'ים גמ'י' שאף ק'ן שני המסגרים
 4 ו 5 וטאת באופן ג'ט ק'ן הפעמ'ים השולת.
 מכפ'ים'ים את המסגרים הפזורים, מפי קק'יזק בהסתברות
 שמסר אורח ה 5 יפיה ג'ט מספר אורח ה 2 ?

פתרון
 ככלי שעה יקרה, צ'ריק שג'יתר משני של'ים הפעמ'ים
 נקחה קואר'ים 5. יפ'ו X_i אינדיקטורים ע'בק שפעמ'ים ה-1

החירו 5? $V(X_i) = 0.25$, $E(X_i) = 0.5$

$$P\left(\frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100} \geq \frac{2}{3}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{0.25}{100}}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{20}}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(3\frac{1}{3}\right) \approx 0$$

היתכנות דהתפלגות ומשט פגדום פחמתי

הכורה $\frac{\sum_{i=1}^h X_i}{h}$ פ"א סגורה פחמוניץ פחמתי זכ"א.
 נ"א גם סורה של משתנים מקריים, כאשר כל מחוצ

סקורה פ"א משתנה מקרי, h

$$\frac{\sum_{i=1}^h X_i}{h} - \mu$$

גם הכורה $\sqrt{\frac{\sigma^2}{h}}$

פ"א סורה של משתנים מקריים, פחמתי זכ"א סגורה.
 הכורה פגדום שלקת דהתפלגות פחמתי זכ"א סגורה.
 פגדום כל קורה עם פ"א סגורה $h \rightarrow \infty$ פחמתי זכ"א סגורה.
 פחמתי זכ"א סגורה שלקת פחמתי זכ"א סגורה פחמתי זכ"א סגורה.
 משתנה זכ"א סגורה זכ"א סגורה.